

Hur påskäggsbilderna konstruerades

En idérik källa är <http://www.mathematische-basteleien.de/eggcurves.htm> (via huvudsidan hittar du också hjärtformer och mycket annat).

1. Formen för varje påskägg är ritad med matematiska kurvor. Fyra olika grundformer används. Ett kriterium för formen är att den skall vara oval men inte ha samma form i båda ändarna. (Motexempel: nollan 0 duger inte.)
2. Bildmotiven är ritade med hjälp av förminskning/förstoring, parallellförskjutning och rotation av äggformerna. Ibland ritas bara en del av äggets kontur.

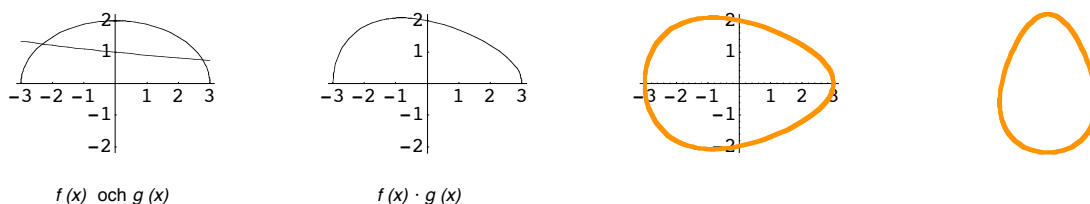
Observera att "biologiskt korrekta" äggformer är en annan femma, min sakkunskap på det området är tyvärr på nollnivå.

En äggkurva består av fyra cirkelbågar: I figuren längst till vänster visas konstruktionen med hjälp av delar av fyra cirklar i olika färger. Figuren kan t.ex. ritas i ett koordinatsystemet, så att den blå cirkeln har medelpunkten i origo och radien 1. Av den blåa cirkeln används nedre halvan. Av den gröna och den gula cirkeln, som har sina medelpunkter i den blåa halvcirkelns ändpunkter, används åttondelar. Vilka radier har cirkelarna, som inte är blåa, och i vilka punkter skall deras medelpunkter placeras?

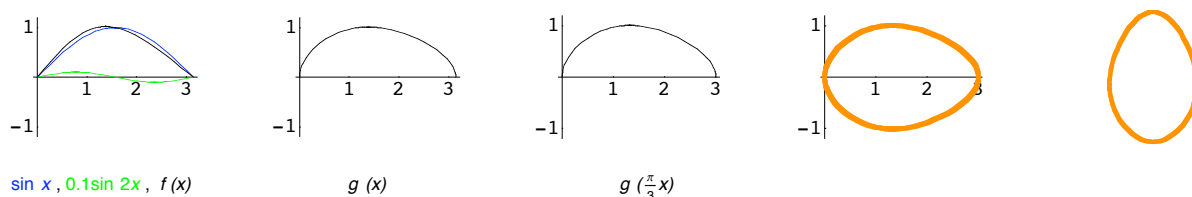


En äggkurva består av två halva ellipser: En ellips är ju ovalformad men har samma form i båda ändarna. Ett enkelt sätt att behålla en oval form men göra botten och topp olika är att använda två halva ellipser med samma horisontala halvaxel men olika vertikala. Ägget till höger i figuren ovan består av nedre halvan av en ellips med halvaxlarna 1 och 0.94 samt övre halvan av en ellips med halvaxlarna 1 och 1.66 (båda ritade med medelpunkt i origo).

En ellips kan genom multiplikation med en lämplig funktion omformas till en äggkurva: Starta med ellipshalvan $f(x) = \frac{2}{3} \sqrt{9-x^2}$ och multiplicera med $g(x) = e^{-0.1x}$ i intervallet $-3 \leq x \leq 3$. Det här är ena ägghalvan, den andra får du genom spegling i x-axeln. Spegla sedan hela ägget i linjen $y = x$, d.v.s. låt x- och y-koordinater byta plats med varandra, så får du ett stående ägg. (De här operationerna går behändigt att utföra, om man använder parameterframställning av kurvorna.) Med den enklare funktionen $g(x) = 1 - 0.1x$ får man nästan samma form! Varför?



Också sinuskurvor kan med lämpliga räkneoperationer omformas till en äggkurva: Starta med $y = \sin x$ och $y = 0.1 \sin 2x$, bilda summan $f(x) = \sin x + 0.1 \sin 2x$ och sedan den sammansatta funktionen $g(x) = \sqrt{|f(x)|}$ i intervallet $0 \leq x \leq \pi$. Jag valde att ännu minska (det stående) äggets höjd från π till 3 genom att använda $g(\frac{\pi}{3}x)$ i intervallet $0 \leq x \leq 3$. Det här är ena ägghalvan, forts. som i det föregående fallet.



Det är inte nödvändigt att krångla till funktionsuttrycket för g med absolutbelopp - i intervallet $0 \leq x \leq 3$ kan det enklare uttrycket $\sqrt{f(x)}$ användas. Men absolutbeloppet har fördelen att man kan öka ritområdets storlek och få en hel kedja av ägg:

