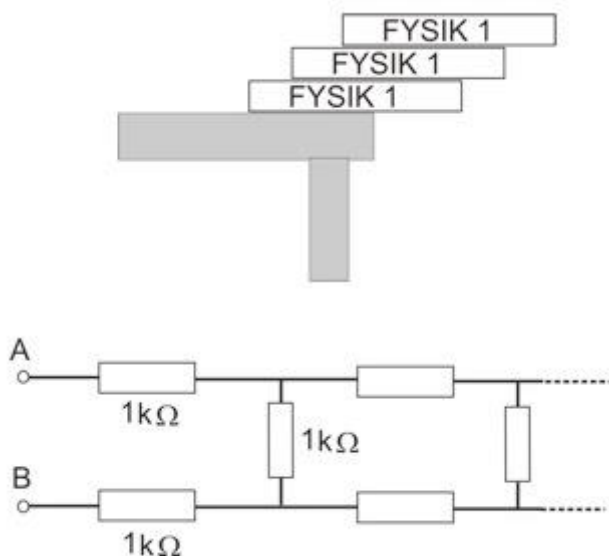


Fysikaliska utmaningar



Göran Grimvall är en numera pensionerad professor från KTH, som allt sedan 1978 försett ingenjörstidningen Ny teknik med vad han kallar för "Miniproblem". Här följer några av Görans problem, hämtade från hans mycket underhållande bok "Brainteaser Physics".

1. Du sitter i en liten båt som flyter i en swimmingpool. Om du kastar ditt medhavda ankare i vattnet, kommer då vattennivån i poolen att stiga, sjunka, eller förbli oförändrad?
2. Framför dig ligger en hög med identiska fysikböcker (med hård pärm). Du börjar stapla böckerna enligt bilden. Hur många böcker behöver du stapla för att den vänstra kanten på den översta boken skall ligga utanför bordskanten?
3. En motståndssteg löds ihop av identiska motstånd enligt bilden. Vilken resistans visar en mätare som kopplas mellan A och B, om stegen består av sju steg?
4. En öppen tunna kan fyllas på med en kran ovanifrån och tömmas genom ett hål i botten. En full tunna kan tömmas genom hålet på 9 minuter. Med hålet stängt, kan tunnan fyllas med hjälp av kranen på 8 minuter. Hur länge tar det att fylla tunnan om både hålet och kranen är öppna? (Ett lite mer utmanande problem).

Se tips och lösningar nedan i dokumentet.

Ledtrådar och lösningar

1. Vattennivån sjunker, om än mycket lite. Arkimedes princip och lite tålamod borde leda dig till rätt svar.

2. Minst 4 böcker behövs. För att en bok inte skall falla, måste dess tyngdpunkt ligga rakt över bordskanten. Samma gäller för två böcker, dvs. böckernas gemensamma tyngdpunkt får inte ligga till höger om bordskanten. Fortsätt på liknande sätt.

3. Resistansen blir $2,7 \text{ k}\Omega$. Ett sätt att lösa problemet är att, börjande med de tre yttersta motstånden längst ut till höger, slå ihop dem till ett (eftersom de är seriekopplade). Nu har man ytterst två parallellkopplade motstånd som i sin tur kan slås ihop. Lös några steg så börjar du se systematiken. Det kan visas att resistansen för en oändlig stege är $R(1 + \sqrt{3})$.

4. Den kommer aldrig att fyllas! Problemet är mycket mer utmanande än det först verkar, eftersom hastigheten med vilken vattnet strömmar ut ur hålet beror av vattennivån i tunnan, vilket i sin tur beror av tunnans form. En fullständig matematisk modell av skeendet, kräver uppställandet och lösandet av en differentialekvation. Antar vi att flödet ut genom hålet ökar som roten ur vattendjupet, så får man att tunnan fylls till $81/256$ av sin höjd, varefter jämvikt uppnås.

Att studera tiden det tar att tömma tunnan, när kranen är stängd, är ett enklare problem. Bernoullis ekvation ger att tiden det tar att tömma en cylindrisk tunna med höjden H ,

tvärsnittsarean A och hålarea a , som $t = \left(\frac{A}{a}\right) \sqrt{\frac{2H}{g}}$. Om vi tar $H = 1 \text{ m}$, så blir $a/A \approx 1/1200$,

vilket för en tunna med diametern $0,9 \text{ m}$ ger en håldiameter på 26 mm . Vilket verkar realistiskt.