

En samling funktionspussel för gymnasienivå

■ Pusslenas idé

Det är lätt att snabbt rita många funktionsgrafer med en grafisk räknare, men hur är det med elevernas vana och förmåga att utläsa information ur figurerna? Idén med funktionspusslena är att väcka diskussion och träna förmågan att "läsa" funktionsgrafer.

Två pedagogiskt nyttiga regler:

- 1) **Pusslena ska lösas med hjälp av huvudet utan grafiska räknare till hands!**
- 2) **Svaren ska motiveras.**

Då ett pussel används med de här reglerna för en gemensam undervisningsstund, får eleverna träning i att diskutera funktioners egenskaper: Går kurvan genom origo? Är funktionen växande eller avtagande eller ...? Är funktionsvärdet kanske alltid positivt? Var skär funktionskurvan koordinataxlarna (om den gör det)? o.s.v.

En viktig princip sak som gärna ska poängteras: Informationen i en bild är ju inte exakt! Man kan t.ex. inte se om en kurva verkligen går genom origo eller bara väldigt nära origo (det som ser ut som $y = x^2$ kan mycket väl vara t.ex. $y = x^2 + 0.0001$). Men **till pusslena hör bakgrundsinformation att varje bild hör ihop med något av de givna alternativen**. Och de givna funktionerna/ekvationerna är tillräckligt olika sinsemellan för att man tydligt skall kunna skilja mellan dem.

■ Innehåll

- 1) **Ekvationer och funktioner.**
- 2) **Symmetri med funktioner.**
- 3) **Funktioner med absolutbelopp.**
- 4) **Mera symmetri med funktioner.**
- 5) **Faktorisering av polynom.**
- 6) **Faktorisering av polynom**
→ ekvationslösning
- 7) **Grafisk lösning av ekvation, typ $f(x)=0$.**
- 8) **Grafisk lösning av ekvation, typ $f(x)=g(x)$.**
- 9) **Ekvationer med absolutbelopp**
Grafisk lösning av ekvation, typ $f(x)=g(x)$.
- 10) **Trigonometriska funktioner, 1.**
Typ $y = a \sin x + b$ och $y = a \cos x + b$
- 11) **Trigonometriska funktioner, 2.**
Typ $y = a \sin b x$ och $y = a \cos b x$

En funktionsregel kan beskrivas med en ekvation.

En funktionskurva speglas i x-axeln.

Absolutbeloppets inverkan på kurvans utseende

En funktionskurva speglas i y-axeln.

Att faktorisera med hjälp av grafen.

Att känna igen grafen med hjälp av faktorisering.

Skärningspunkter mellan $y = f(x)$ och x-axeln.

Skärningspunkter mellan $y = f(x)$ och $y = g(x)$.

Skärningspunkter mellan $y = f(x)$ och $y = g(x)$.

Att se skillnaden mellan $\sin x$ och $\cos x$ i en graf, att förstå hur multiplikation med konstant resp. addition av konstant påverkar kurvan

Att förstå skillnaden mellan

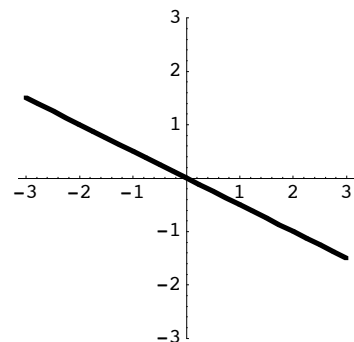
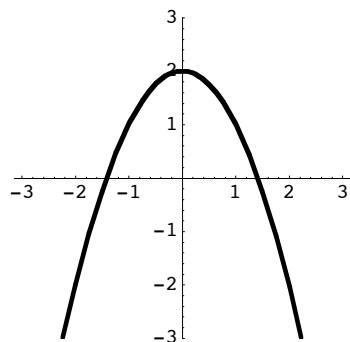
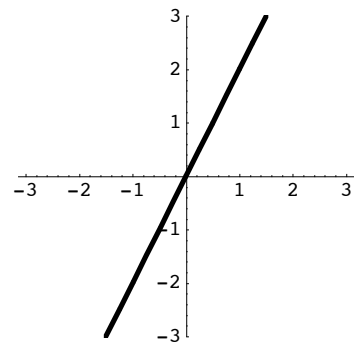
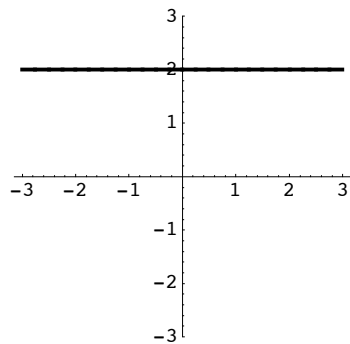
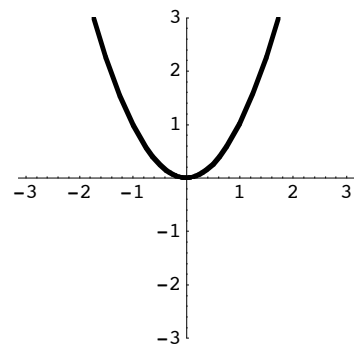
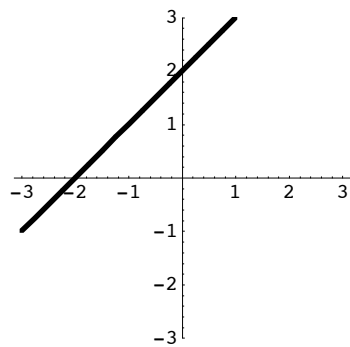
- att multiplicera $\sin x$ eller $\cos x$ med en konstant

- att multiplicera argumentet x med en konstant

EKVATIONER OCH FUNKTIONER

PUSSLA IHOP EKVATION OCH GRAF!

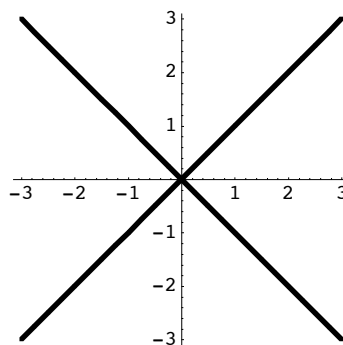
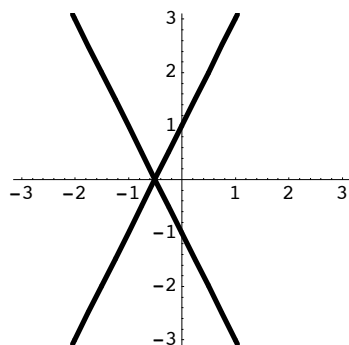
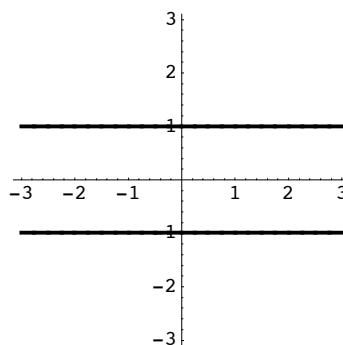
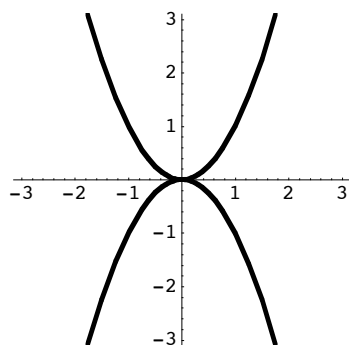
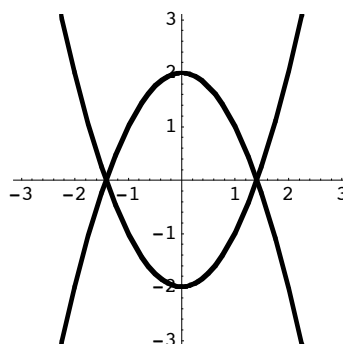
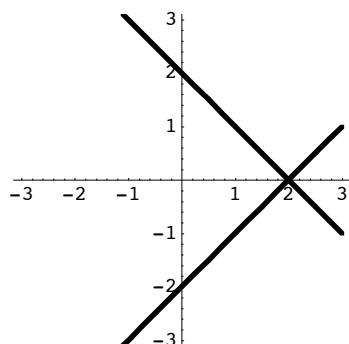
1. $y = 2x$
2. $y = -\frac{1}{2}x$
3. $y = x + 2$
4. $y = 2$
5. $y = x^2$
6. $y = -x^2 + 2$



SYMMETRI MED FUNKTIONER

**PUSSLA IHOP FUNKTION OCH GRAF!
BARA EN FUNKTION PER BILD ÄR GIVEN.
SÄG SJÄLV VILKEN DEN ANDRA ÄR!**

1. $f(x) = x$
2. $f(x) = -x + 2$
3. $f(x) = 2x + 1$
4. $f(x) = 1$
5. $f(x) = x^2$
6. $f(x) = x^2 - 2$



FUNKTIONER MED ABSOLUTBELOPP

PUSSLA IHOP FUNKTION OCH GRAF!

1. $f(x) = |x|$

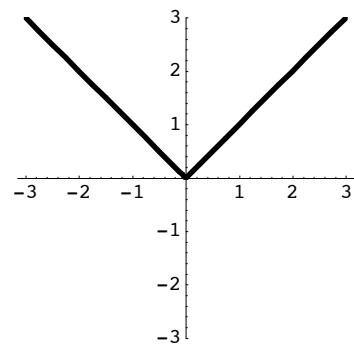
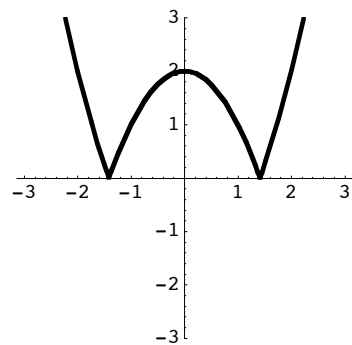
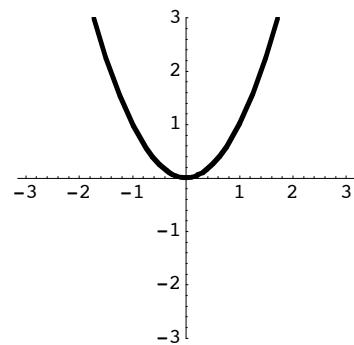
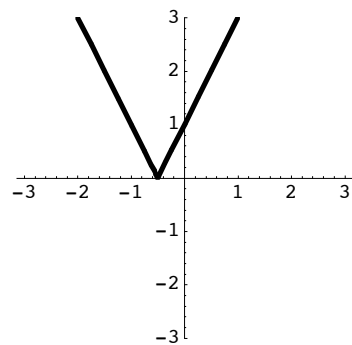
2. $f(x) = |2x + 1|$

3. $f(x) = |-x^2|$

4. $f(x) = |x^2 - 2|$

5. $f(x) = |-x|$

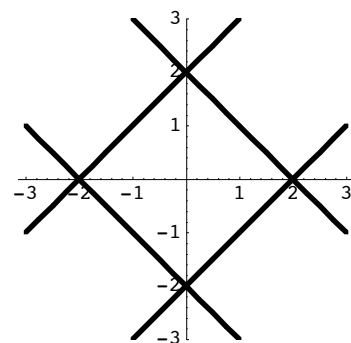
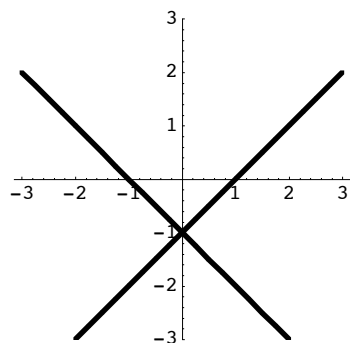
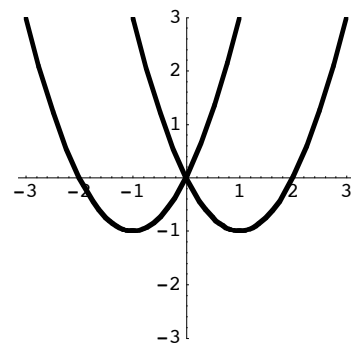
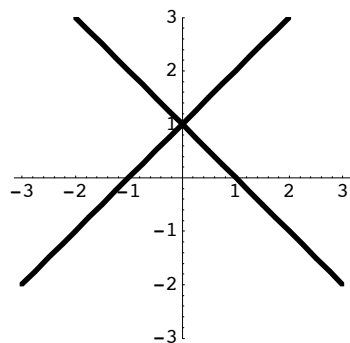
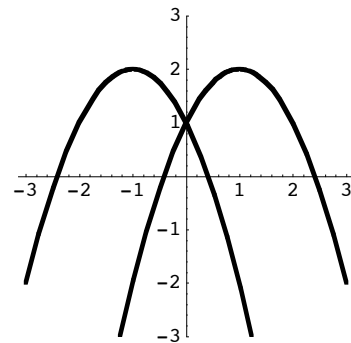
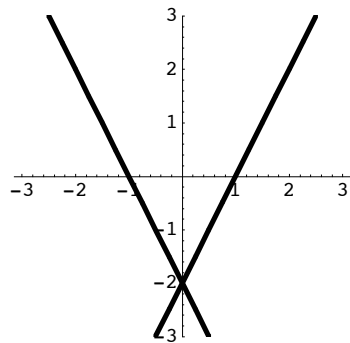
6. $f(x) = |-2x - 1|$



MERA SYMMETRI MED FUNKTIONER

**PUSSLA IHOP FUNKTION OCH GRAF!
BARA EN FUNKTION PER BILD ÄR GIVEN.
SÄG SJÄLV VILKEN/VILKA DEN/DE ANDRA ÄR!**

1. $f(x) = x + 1$
2. $f(x) = x - 1$
3. $f(x) = x + 2$
4. $f(x) = 2x - 2$
5. $f(x) = x^2 - 2x$
6. $f(x) = -x^2 + 2x + 1$



FAKTORISERING AV POLYNOM

**PUSSLA IHOP POLYNOM OCH GRAFEN AV MOTSVARANDE POLYNOMFUNKTION.
FAKTORISERA POLYNOMET MED HJÄLP AV FUNKTIONENS NOLLSTÄLLEN.
OBS! ALLA NOLLSTÄLLEN ÄR HELLTAL!**

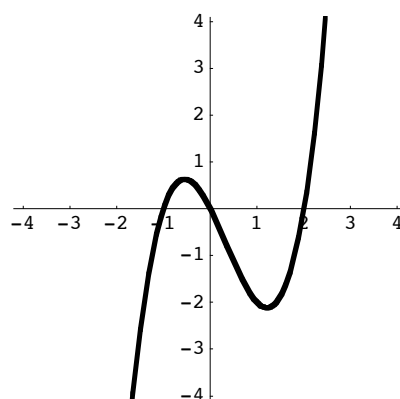
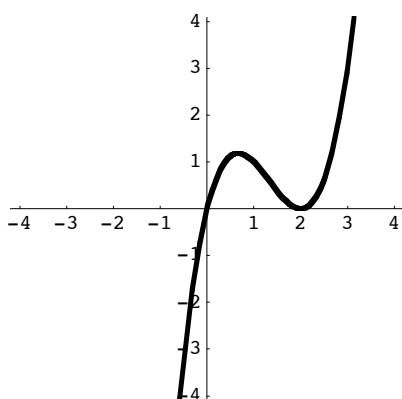
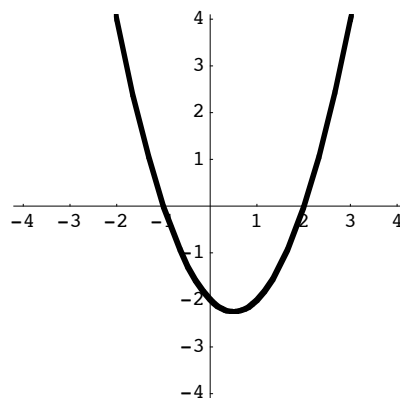
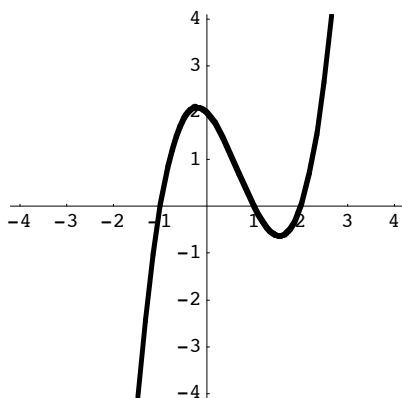
1. $x^2 - x - 2 =$ _____

2. $x^3 - x^2 - 2x =$ _____

3. $x^3 - 2x^2 - x + 2 =$ _____

4. $x^3 - 4x^2 + 4x =$ _____

Kontrollera faktoriseringarna med multiplikation.



FAKTORISERING AV POLYNOM → EKVATIONSLÖSNING

**FAKTORISERA FÖRST POLYNOMEN OCH GE EKVATIONERNAS LÖSNINGAR.
SÖK SEDAN GRAFEN AV MOTSVARANDE POLYNOMFUNKTION. MARKERA NOLLSTÄLLEN.**

1. $x^2 + 4x =$ _____ ; $x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow$ _____

2. $x^2 + 4x + 4 =$ _____ ; $x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow$ _____

3. $x^2 - 4x + 4 =$ _____ ; $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow$ _____

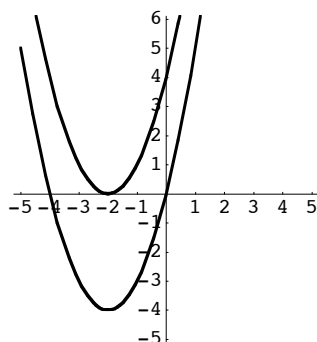
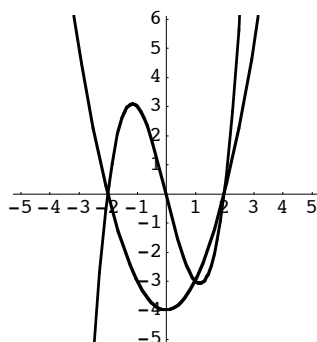
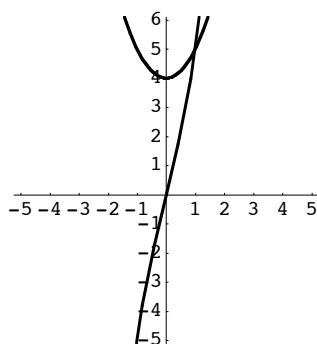
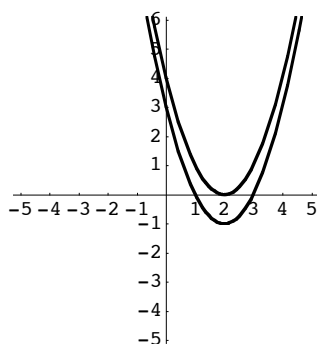
4. $x^2 - 4x + 3 =$ _____ ; $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow$ _____

5. $x^2 - 4 =$ _____ ; $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow$ _____

6. $x^2 + 4 =$ _____ ; $x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow$ _____

7. $x^3 + 4x =$ _____ ; $x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow$ _____

8. $x^3 - 4x =$ _____ ; $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow$ _____



GRAFISK LÖSNING AV EKVATION, typ $f(x) = 0$

PUSSLA IHOP EKVATION $f(x) = 0$ OCH GRAF AV FUNKTIONEN $y = f(x)$.
LÖS EKVATIONERNA GRAFISKT.
OBS! ALLA LÖSNINGAR ÄR Heltal!

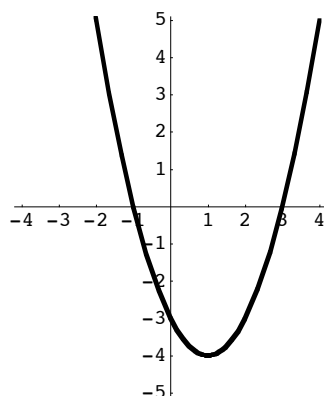
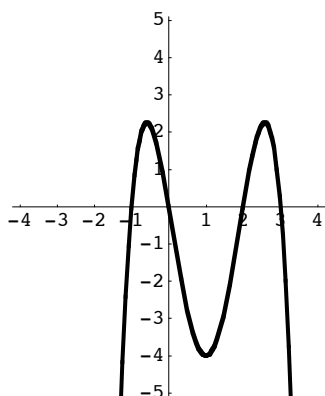
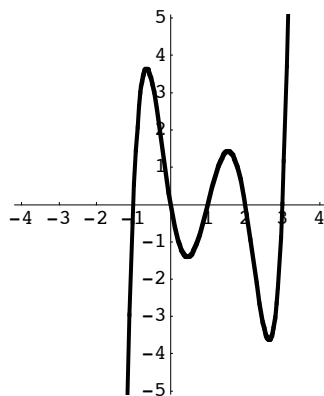
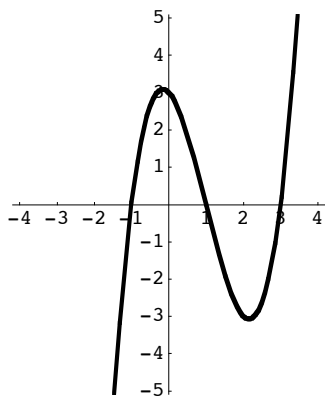
1. $x^2 - 2x - 3 = 0$

2. $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$

3. $-x^4 + 4x^3 - x^2 - 6x = 0$

4. $x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 6x = 0$

Kontrollera lösningarna genom insättning i ekvationen.



GRAFISK LÖSNING AV EKVATION, typ $f(x) = g(x)$

PUSSLA IHOP EKVATION $f(x) = g(x)$ OCH GRAFER AV $y = f(x)$ & $y = g(x)$.
LÖS EKVATIONERNA GRAFISKT.
OBS! ALLA LÖSNINGAR ÄR Heltal!

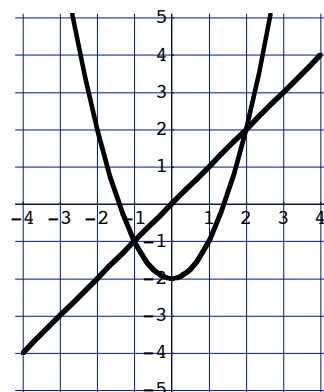
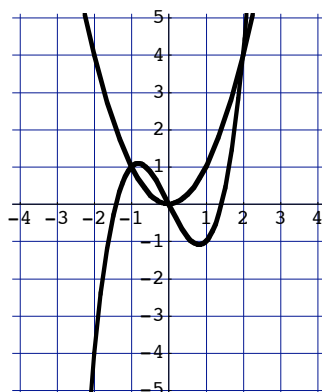
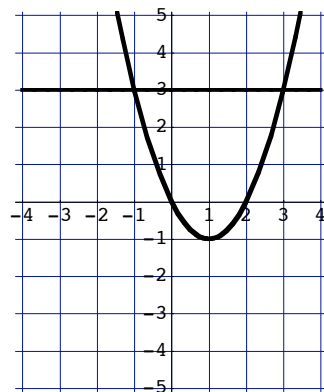
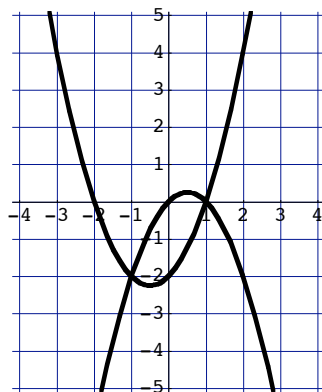
1. $x^2 - 2 = x$

2. $x^2 - 2x = 3$

3. $x^2 + x - 2 = -x^2 + x$

4. $x^3 - 2x = x^2$

Kontrollera lösningarna genom insättning i ekvationen.



EKVATIONER MED ABSOLUTBELOPP

*PUSSLA IHOP EKVATION OCH GRAF - LÖS EKVATIONEN GRAFISKT.
KONTROLLERA LÖSNINGEN MED INSÄTTNING.*

1. $|x - 1| = 2$

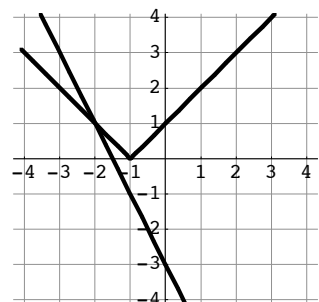
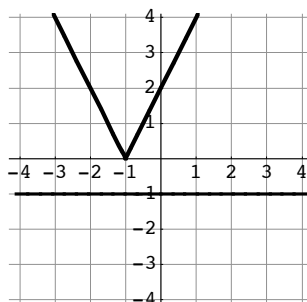
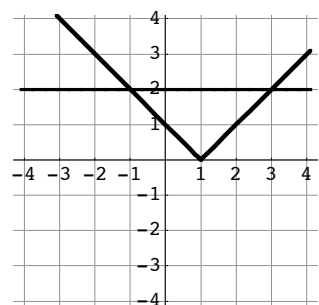
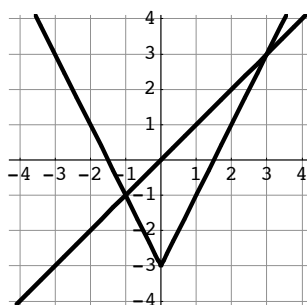
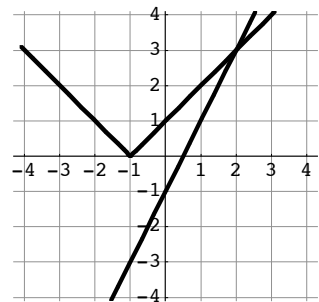
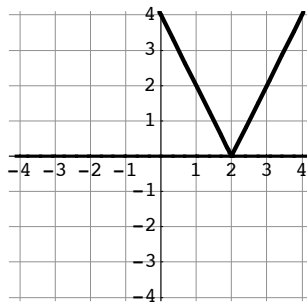
2. $|2x - 4| = 0$

3. $|2x + 2| = -1$

4. $|x + 1| = 2x - 1$

5. $|x + 1| = -2x - 3$

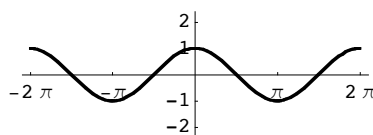
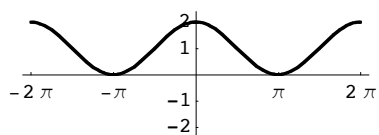
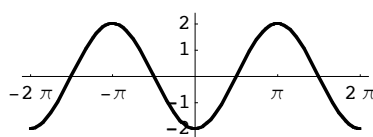
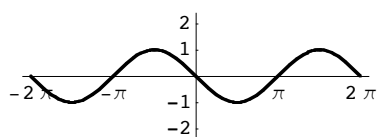
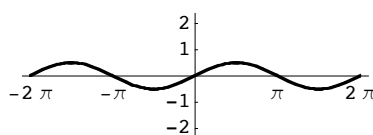
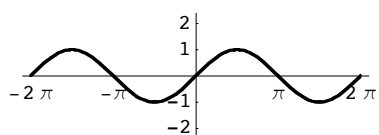
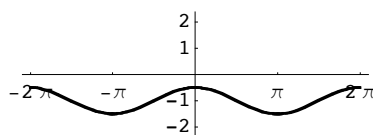
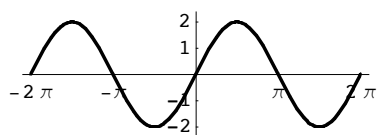
6. $|2x| - 3 = x$



TRIGONOMETRISKA FUNKTIONER, 1

PUSSLA IHOP FUNKTION OCH GRAF!

1. $y = \cos x$
2. $y = \sin x$
3. $y = -\sin x$
4. $y = \cos x + 1$
5. $y = 2 \sin x$
6. $y = -2 \cos x$
7. $y = \frac{1}{2} \sin x$
8. $y = \frac{1}{2} \cos x - 1$



TRIGONOMETRISKA FUNKTIONER, 2

PUSSLA IHOP FUNKTION OCH GRAF!

1. $y = \cos x$
2. $y = -\sin x$
3. $y = \cos 2x$
4. $y = 2 \cos x$
5. $y = 2 \sin \frac{1}{2} x$
6. $y = 2 \sin 3x$
7. $y = \frac{1}{2} \sin 2x$
8. $y = \frac{1}{2} \cos 4x$

