

EN MATEMATISK JULHÄLSNING

• Bakgrund

Hösten 2006 hade vi i Mattelandet en CUK-kurs (centralt utbjuden kurs) för gymnasieelever i Helsingforsneiden. Ett tema under kursen var "hjulkurvor" och som avslutning på kursen i början av december gjorde vi (h)julkort med sådana kurvor som motiv. I årets julhälsning är tre av de sex motiven konstruerade med hjulkurvor.

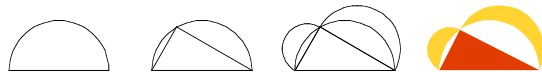
• Julpyssel: Gör julkort

Printa sidan 2 med julkortsmotiven. Klipp ut de sex rutorna och fäst dem på lite större bitar av färgad kartong. Skriv en julhälsning och skicka i väg.

(Vi printade på självhäftande A4-papper för att slippa limma och använde färgad kartong av A6-storlek.)

• Vad finns det för matematik i julkortsmotiven?

Översta raden: Symmetriska figurer i gult och rött. Grundmotivet är en halvcirkel, en däri inskriven triangel med halvcirkelns diameter som en sida och två nya halvcirklar med triangelns övriga sidor som diametrar. Triangeln färgas röd och de två "månskärorna" gula. Eller tvärtom.



I figuren till vänster finns det då lika mycket av båda färgerna - eller hur?

Vilken färg finns det mer av i figuren till höger?

Tips: Har du hört talas om Hippokrates månskärar?

Mittraden till vänster: Vågrörelse i ring. Tänk dig först att en punkt rör sig längs en kurva av typen $y = 1 + a \cos nt$. Då punkten rör sig åt höger, rör den sig samtidigt turvis uppåt och neråt från en mittlinje på höjden 1.

Tänk å andra sidan på cosinus och sinus i enhetscirkeln. En punkt, som rör sig längs en kurva med parameterframställningen $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$, rör sig längs enhetscirkeln.

I kurvor av typen $\begin{cases} x = (1 + a \cos nt) \cos t \\ y = (1 + a \cos nt) \sin t \end{cases}$ kombineras de här två tankegångarna. En punkt på kurvan håller sig inte på enhetscirkeln utan rör sig av och an, turvis bort från origo och mot origo i en vågrörelse i ring.

En av de blå kurvorna är $\begin{cases} x = (1 + 0,3 \cos 7t) \cos t \\ y = (1 + 0,3 \cos 7t) \sin t \end{cases}$. Vad kan de andra kurvorna vara månntro?

Mittraden till höger och nedersta raden: Här har vi hjulkurvorna. Och varför kallas de så? Tänk dig ett hjul, som snurrar kring sin medelpunkt. På hjulets ytterkant fästes medelpunkten av ett annat hjul, som snurrar med och samtidigt snurrar kring sin egen medelpunkt. På det andra hjulets ytterkant fästes ett tredje hjul, som snurrar med och . . . Antalet hjul kan varieras. Frågan är: I vilken bana rör sig en punkt på det yttersta hjulet? Svaret är vad vi kallar en hjulkurva. Då hjulens antal, radier och hastigheter varieras, får vi hjulkurvor med olika utseenden

• För vem?

Julpyssel passar på alla nivåer. Hippokrates månskärar kräver lite geometrikunskap men ingenting avancerat (åk.9-12), medan resonemangen om vågrörelse och hjulkurvorna snarast är lämpliga för intresserade gymnasieelever. Dessutom passar förstås allt för alla intresserade lärare och lärarstuderanden.

Fridfull Jul Allihopa!

Kommentarer mottages gärna: brita.olsson@gmail.com

