

Nyhetsbrev 14 November 2013

I detta nummer:

- Nya medarbetare
- Glimtar från höstens evenemang
- Vårens händelser

10 sidor idéer och undervisningstips:

- Jonbindningar
- Kvistiga kretsar
- Speglingar i GeoGebra
- Tillämpningar av arcus
- Visualisering av data

Kom ihåg!

6.3, 7.3, 23.4 *Nytänk inom grundskolans naturvetenskap*

7-8.4 *Ståuppkomiker Matt Parker på turné i Svenskfinland*

2-3.6 *Sommarkurs för F-6 i Vasa*

3-4.6 (prel.) *Sommarkurs för 7-9 och gymnasiet i Helsingfors*

Intresserad av en "Afterworkshop" om t.ex. GeoGebra? Ta kontakt!



Resurscenter

för matematik, naturvetenskap och teknik i skolan

RC satsar på bredd

Nu har det gått ett år sedan jag började som verksamhetsledare för Resurscentret. Jag har blivit bekant med verksamheten och med de duktiga resurspersonerna som arbetat vid RC flera år. Målet har varit att nå ut till eleverna genom lärarna och det kommer att fortsätta som en röd tråd i verksamheten. Vi satsar också på att skapa aktiviteter som höjer intresset för naturvetenskaper bland eleverna. Förutom kurser för lärare kommer vi i fortsättningen även att erbjuda intressanta studiebesök både för elev- och lärargrupper, inspirerande material som stöder innovativ undervisning och en ökad kontakt och dialog mellan universitet och skola. Vi stöder utvecklingen av ämnesöverskridande temahelheter som kan ge eleverna bättre helhetsintryck av vad naturvetenskaperna har att erbjuda.

Vi vill också kunna erbjuda en extra guldkant genom mera specifika satsningar. Ett exempel på en ny satsning är införskaffandet av två rymdkoffertar som kan lånas ut för studier i astronomi. Satsningen har gjorts i samarbete med ESERO Nordic och för det praktiska arbetet kan vi tacka Jan Holmgård från Sursik som gjort ett jättejobb med detta. Vi hoppas kunna erbjuda både utrustning och skolning under vårens lopp. På kommande är också matematik stand-up, material för fysik i gymnasiet, sommarkurser för lärare, Science camp för elever och lärare och mycket mer. En ny satsning för detta läsår är att vi har tre klasslärare som planerar aktiviteter för lågstadiet och klasslärare. Ni kan läsa mer om klasslärarna i detta nyhetsbrev men i vår kommer det också ett eget nyhetsbrev till lågstadierna där det finns mera information om verksamheten. RC följer aktivt med förnyandet av de nya läroplanerna och vi försöker anpassa vår verksamhet så att den följer utvecklingen. För att i framtiden få eleverna att vilja studera och arbeta med naturvetenskaper är skolans undervisning i nyckelroll - det är där som grunden för intresset skapas och byggs upp. RC kan bidra med att stöda skolbesök vid universitet och vi arbetar också på att kunna lyfta fram arbetslivet inom de naturvetenskapliga ämnesområdena. Läs mera om ansökningar för skolbesök (Science Camp) längre fram i nyhetsbrevet.

Jag önskar alla lärare en god fortsättning på hösten 2013! Tag gärna kontakt med mig angående önskemål om material, kurser eller övriga aktiviteter.

Verksamhetsledare Minna Boström



Aktuellt

DaNa projektet utvidgas

Det är med glädje RC kan meddela att DaNa-projektet (Datorstödd undervisning i naturvetenskap) i våra gymnasieskolor utvidgas. Hösten 2011 inleddes DaNa/Österbotten där regionens samtliga gymnasieskolor deltog. Detta tvååriga projekt har nu avslutats. Senaste höst inleddes DaNa/Sydväst med nio deltagande gymnasieskolor från Åbo i väst till Lojo och Helsingfors i söder. I år kommer DaNa/Nyland att starta med ytterligare sju gymnasieskolor. De deltagande skolorna har fått bidrag till att skaffa digital mätutrustning för fysik-, kemi- och biologiundervisning. RC har (och fortsätter) fungerat som medkoordinator och handhaft en stor del av fortbildningen. Vi gratulerar och hälsar Kyrkslätt, Helsinge, Brändö, Tölö, Grankulla, Sibbo, och Borgå välkomna i projektet.

Fysikdemonstrationer på Vetamix

Resurspersonen i fysik Jonas Waxlax har tillsammans med produktionsbolaget Cityportal och Vetamix producerat ett drygt femtiotal laborationsklipp som nu finns uppladdade på Vetamix. Enklast hittas laborationerna genom att man går in på www.vetamix.net och i sökfältet skriver laborationer. Laborationerna kan användas som inspiration för lärare eller som visningsmaterial för elever. I det senare fallet lönar det sig kanske att stoppa klippen innan den fysikaliska förklaringen diskuteras i klippens senare del. Målgruppen är främst högstadiet men mycket av materialet går också helt eller tillämpat att använda i gymnasieundervisning.

Nobelpriset i fysik till Peter Higgs och Francois Englert

Ingen av er har kunnat undgå att årets Nobelpris i fysik gick till Peter Higgs och Francois Englert. Men vad är egentligen all denna hype kring Higgs bosonen och Higgs fältet? Det kan vara värt att kolla följande två länkar

http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2013/popular-physicsprize2013-sv.pdf (populärvetenskaplig information från Nobelstiftelsen)

<http://www.aip.org/nobel/physics2013.html> (populärvetenskapliga texter samt mera tekniska, samlade och editerade av AAPT (American Association for Physics Teachers))

RC förstärker teamet med tre klasslärare:



Ann-Catherine Henriksson jobbar som klasslärare på deltid vid Malms skola i Pargas och är forskarstuderande inom ämnet miljöpedagogik vid Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi.



Anna Karin Jern är klasslärare i Österby, Raseborg. Hon gör bl.a. webbsidan Fyke-resursen och skickar ut månadstips på epostlistan Dynamo.



Kerstin Sandén jobbar som klasslärare vid Vasa övningsskola. Matematik är hennes specialiseringsämne och intresse.



Nordiska forskare träffades i Reykjavik

Nordic research network in Science Education (NorSEd) är ett nätverk för forskarstuderande inom de nordiska länderna. Projektet kring nätverket är treårigt (2010–2013) och har finansierats av NordForsk. Den 8–10 oktober var det dags för projektets avslutande workshop som ordnades i samarbete med Universitetet på Island i Reykjavik. Workshopens tema var forskning kring undervisningsresurser samt olika lärmiljöer inom naturvetenskaperna. Sammanlagt 36 deltagare från de nordiska länderna samlades för en tre dagar lång intensiv träff för att diskutera dessa läroämnen samt utbyta idéer. Från Finland deltog förutom undertecknad även Kati Sormunen från Helsingfors Universitet. Kati forskar kring användningen av smarttelefoner som ett hjälpmedel för inläringen i de här läroämnena.

Läs hela rapporten på www.skolresurs.fi/nyhetsbrev14

Ann-Catherine Henriksson

Inspiration och spänning på NO-biennalen

Giftmord, sagoexperiment och vardagsfysikens mysterier. För den som söker nya och spännande uppslag kring lärandet i naturvetenskapliga ämnen i grundskolan var NO-biennalen i Umeå i september ett välskräddat paket. Huvudsyftet med programmet är att väcka intresse och intressera den naturvetenskapliga utbildningen från förskolan upp till nian. I svenska skolsammanhang står NO för naturorienterade ämnen och konferensen erbjuder föreläsningar, workshopar och utställningar av läromedel och material. Under år 2013 har biennalen ordnats i Växjö, Umeå och Karlstad. En del inslag har återkommit i alla tre upplagor av biennalen, andra föreläsningar och program har varierat mellan orterna. För arrangemanget står de nationella resurscentra för fysik, kemi samt biologi och bioteknik i Sverige.

Det framtida ödet för de nationella resurscentra inom naturvetenskap i Sverige ligger för tillfället i regeringens vågskål. Ett nytt centrum för ämnesdidaktik inom naturvetenskap och teknik vid Linköpings universitet planeras att startas upp från år 2014. Hur det ska gå med det statliga stödet till de redan existerande resurscentra är än så länge ett frågetecken. Vi får hoppas på en lösning som gynnar alla parter och nya högklassiska NO-biennaler även framledes.

Läs mer om NO-biennalen på www.skolresurs.fi/nyhetsbrev14. Där finns också Triin Gyllenbergs artikel om biennalen.

Cecilia Lundberg



Under workshopen att lösa en mordgåta med elektrofores förvandlades deltagarna till polisinspektörer med uppdrag att få fast den skyldiga.

Sommarkursen i Vasa: energi och studiebesök

Resurscentrets sommarkurs första veckan i juni handlade denna gång om energi och studiebesök. Deltagarna fick lyssna till föreläsningar kring bland annat vindkraft och bioenergi, de jobbade med olika workshops kring energi och deltog i besök till Novias laboratorium och energiföretag i trakten. Material finns samlat på adressen:

www.skolresurs.fi/sommarkurs2013





Kalendern

Berzeliusdagarna i Stockholm 31.1–1.2

Berzeliusdagarna arrangeras av Svenska kemistsamfundet och samlar hundratals gymnasiestuderande från hela Sverige. Forskare från högskolor och industri står för presentationerna. Huvudsyftet är att ge en inblick i kemistudier och var kemister placerar sig i yrkeslivet. Till Berzeliusdagarna 2014 har Finska kemistsamfundet återigen möjlighet att stå för resor och övernattnings för fyra gymnasiestuderande. Svenska kemistsamfundet bjuder på program och måltider för samtliga deltagare.

Resurscentret samarbetar med Finska kemistsamfundet och vi hjälper i år till att få fram de fyra personer som får resa till Stockholm samt ordnar alla researrangemang. För att underlätta valet vill vi att de intresserade själva skriver en fritt formulerad ansökan på 300-500 ord där det framkommer varför just du tycker om att studera kemi/tycker att kemi är ett intressant ämne.

Ansökan tillsammans med en rekommendation av kemiläraren (undertecknad som pdf eller på papper) skickas till cecilia.lundberg@skolresurs.fi senast den 30.11.2013.

Läs mer om Berzeliusdagarna på <http://www.berzeliusdagarna.se/>

RC goes Educa 24–25.1

Educa 2014 – Finlands största utbildningsmässan – är inbokat den 24-25.1 i Mässcentret i Helsingfors. Det finlandssvenska programmet är koncentrerat till ett svenskt kvarter, Hörnan, med utställningar och presentationer. Resurscentret kommer att vara synlig i en utställningsmonter tillsammans med Åbo Akademi och på estraden kommer resursperson Jonas Waxlax att visa hur elevernas intresse för fysikaliska fenomen kan demonstreras med enkel, billig och vardaglig utrustning. Tid och plats för Jonas presentation är fredag den 24.1 kl 14.

År 2013 slog Educa publikrekord med över 15 000 besökare. Inför den kommande mässan har det svenska inslaget ytterligare utökats. Deltagande är gratis, men du registrerar dig antingen på förhand eller vid entrén. I många kommuner får deltagande i Educa räknas som en eller en halv fortbildningsdag.

På länkarna hittar du såväl det svenska som finska programmet, samt kan registrera dig till Educa.

<http://www.messukeskus.com/Sites1/Educa/Sivut/default.aspx>

<http://www.fsl.fi/fsl-informerar/moten-och-kurser/educa-2013/program-pa-svenska>

Ståuppmatematikern Matt Parker till Finland 7–8.4

Ni har säkert alla i något skede stött på en ståuppkomiker. Men vad är en ståuppmatematiker (stand-up mathematician)? Resurscentret har lyckats få ståuppmatematikern Matt Parker att klämma in ett besök till Svenskfinland. Matt Parkers mål är att få sin publik mera intresserad av matematik. Han har i flera år turnerat runt i Storbritannien och förgyllt vardagen för både skolelever, studerande och "vanliga" människor. Han anlitas flitigt av både BBC och The Guardian. Matt Parker ger föreläsningar för gymnasieelever i Nyland måndagen den 7 april 2014 och Vasa tisdagen den 8 april 2014. Håll utkik på våra hemsidor för mera information om tider och anmälningsförfarande.



Science camp: studiebesök till Åbo Akademi

RC kan erbjuda studiebesök vid Åbo Akademi för en klass i högstadiet eller gymnasiet som tillsammans med sin lärare vill bekanta sig med universitetsvärlden. Science Camp är 1-2 dagar långt och där ingår besök vid laboratorier och eget arbete. Vi skräddarsyr besöket enligt skolans önskemål.

Våren 2014 ordnas Science Camp i Åbo eller i Åbo/Korpoström med övernattning i Skärgårdscentrum Korpoström. RC ansvarar för arrangemangen med programmet, mat och transporter medan skolan ansvarar för eleverna på fritiden. Intresserade skolor kan ta kontakt med Cecilia Lundberg för vidare diskussioner.

Nytänk inom grundskolans naturvetenskap

Resurscentret samarbetar med utbildningsstyrelsen och ordnar tre seminarietillfällen under våren om naturvetenskap i ett brett, forskande och elevnära perspektiv. Tre olika orter - nästan samma program. Boka in dagen nära dig: 6.3.2014 i Åbo, 7.3.2014 i Helsingfors eller 23.4.2014 i Vasa. Seminarierna behandlar under förmiddagen aktiviteter och nytänkande inom naturvetenskap och matematik, tvärvetenskapligt och elevcentrerat lärande samt principerna för öppna laborationer. Workshopar, t.ex. rymdkoffert, dataloggning och vardagsexperiment, under eftermiddagen. Håll utkik efter mer information på hemsidan.

Sommarskola i biovetenskaper 2–5.6

Kom och bekanta dig med cellbiologisk och medicinsk forskning! Du som har intresse för biovetenskaper och vill lära dig olika molekylärbiologiska forskningsmetoder kom med på ÅAs sommarskola, 2-5 juni 2014. Kursen är inriktad för elever på högstadie- och gymnasienivå.

Frågor och anmälningar till Maria Jensen (maria.jensen@abo.fi)

Den finlandssvenska rymdkofferten

I Norge har man en tid haft en "romkoffert" som åkt som en budkavle mellan skolor. Idén är den att man under en period på 3-4 veckor ska kunna använda kappsäckens mätinstrument innan de sänds vidare till nästa skola. De mätinstrument som finns i kofferten är till för att studera företeelser med anknytning till norrskenet. De två koffertar som nu håller på att ta form kommer att turnera mellan finlandssvenska skolor. Grundidén är den samma som i den norska förlagan men solteleskopet har bytts ut mot ett Maksutov-Cassegrain-teleskop som man med filter kan använda för att studera solfläckar. Teleskopet kan också användas för att se på våra närmaste planeter. Det valda teleskopalternativet kan alltså användas dygnet runt.

Därtill finns några enkla spektroskop, en "Sunspotter" och en magnetometer. Med hjälp av spektroskopien kan eleverna få en första inblick i hur man kan studera ljus av olika våglängd och koppla informationen till olika grundämnen. "Sunspottern" är ett fantastiskt tryggt och enkelt redskap när man vill följa med och kartlägga solfläckar. Magnetometern har sin givna plats eftersom jordens magnetfält spelar en nyckelroll när det gäller uppkomsten av norrsken. Den som kommer att finnas i vår rymdkoffert ska kopplas till en dator och levererar data över aktuellt magnetfälts styrka i tre riktningar. Resultatet visas i grafisk form på skärmen. Magnetometern och mjukvaran har utvecklats av Jan Holmgård och Mats Braskén.

Inom några veckor borde koffertarna kunna tas i bruk.
Maria Sjöblom, Jan Holmgård



Undervisningsidé om jonbindning

(Berit Kurtén-Finnäs och Ann-Sofi Härmälä Braskén)

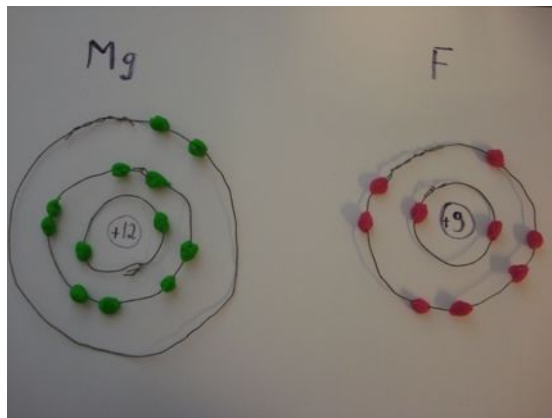
Avsnittet om atomens byggnad och kemisk bindning är teoretiskt och abstrakt, och känns kanske inte alltid så inspirerande att undervisa.

Ett försök att göra det mer handgripligt och konkret är att låta eleverna själva bygga atommodeller med hjälp av ringar av järntråd och modellera. Genom att använda olika färger för "elektronerna" i två olika atomslag som ska bilda en elektronbindning blir det tydligt varifrån elektronerna kommer då ett ytterskal fylls upp till oktett.

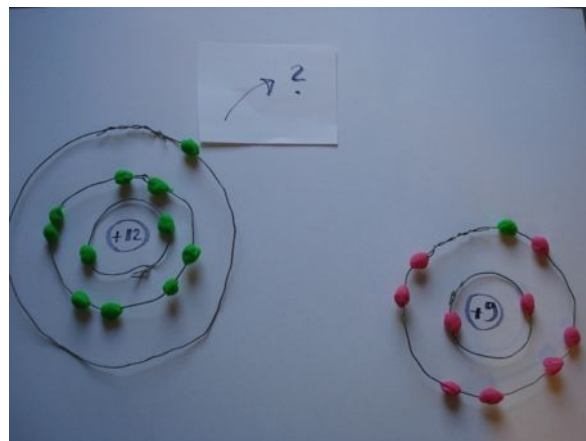


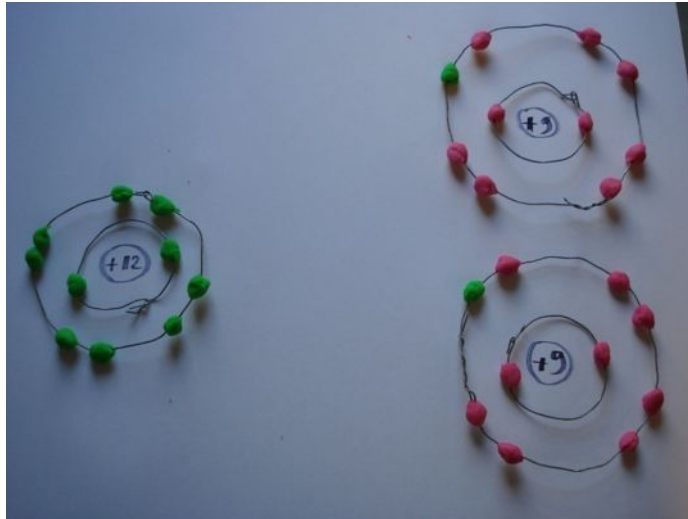
Exempel

Låt eleverna bygga en magnesiumatom och en fluoratom med respektive elektronskal.

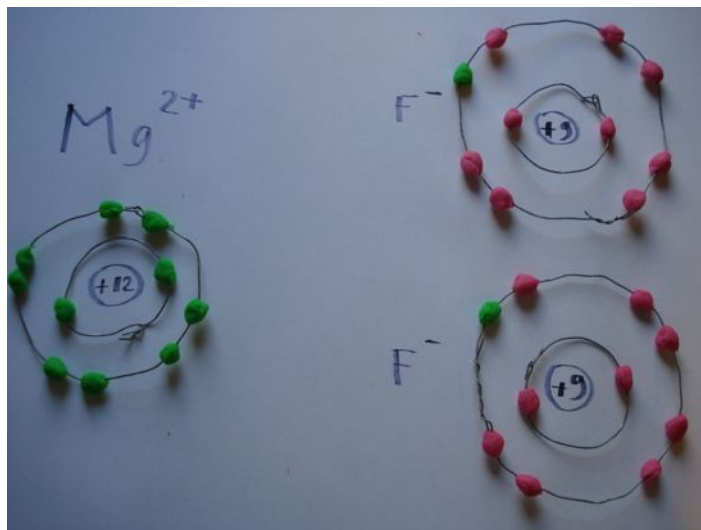


Låt dem sedan fundera på vad som händer om magnesium och fluor reagerar med varandra. Eleverna kan då mera konkret märka att det behövs en fluoratom till för att de båda elektronerna i magnesiums ytterskal ska ha någonstans att ta vägen.





Att beräkna jonens laddning blir också konkret och tydligt på det här sättet.



Material som behövs (per grupp)

- vitt papper (som underlag där de kan skriva in bl.a. kärnladdningarna)
- 6 stycken järntrådar av 3 olika längder (de kan själva forma dem till ringar)
- 2 klumpar modellera av olika färg (eleverna får själva rulla "elektronkuler")
- extra järntrådar (som eleverna får då de märker att de behöver fler atomer av det ena atomslaget).

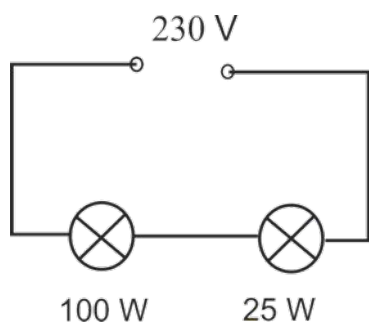
Uppgiften går ju att variera på olika sätt. Man kan naturligtvis börja i en enklare ända, t.ex. med natrium och fluor och sedan gå vidare till det här lite svårare exemplet där de själva måste komma underfund med att det behövs fler av fluor för att magnesiums båda ytterelektroner ska ha någonstans att ta vägen.

Uppgiften är testad i en klass i årskurs 8 där den utföll väl.

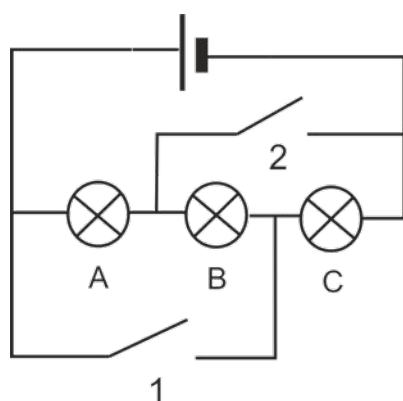
TRE KVISTIGA KRETSAR

Inspirerat av Göran Grimvall (Brainteaser Physics), här kommer tre kretsmysterier att lösa i höstmörkret.

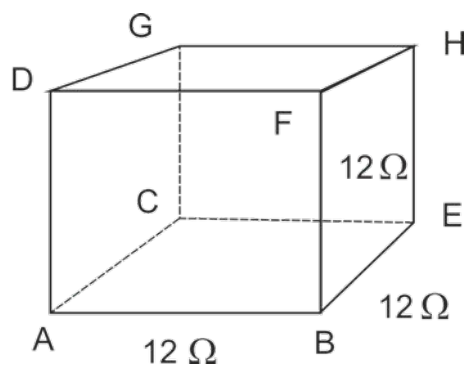
1. Två gammaldags glödlampor, markerade 230V/100W och 230V/25W, kopplas i serie och till ett nätuttag. Vilken (om någon) av lamporna kommer att lysa starkast?



2. Tre likadana lampor A, B och C kopplas ihop enligt nedan. När brytare 1 sluts så lyser lampa A med normal styrka. Hur kommer lamporna att lysa om man också sluter brytare 2?



3. Alla 12 sidor i en kub består av en ledningstråd med resistansen 12 ohm. Vad är resistansen mellan två diagonalt motsatta hörn av kuben (t.ex. mellan A och H)?



Lösningförslag hittar du på nyhetsbrevets näst sista sida.

Mats Braskén

Symmetri och speglingar i GeoGebra

GeoGebra är ett ypperligt hjälpmedel vid undervisning om symmetri och speglingar. En stor fördel är uppgifterna är öppna, det finns inte bara ett svar som är korrekt. Det är dessutom lätt att differentiera. En annan fördel att speglingarna är exakta.

Två följande undervisningssekvenser är utprovade i årskurs 8.

Symmetri kring en linje och spegling i en linje

Eleverna bör känna till begreppet symmetriaxel och verktygen ”polygon”, ”regelbunden polygon” och ”linje genom två punkter”.

Uppgift 1

Skapa en figur med **a)** en symmetriaxel **b)** två symmetriaxlar **c)** tre symmetriaxlar **d)** fler än tre symmetriaxlar. Markera symmetriaxlarna.

Låt eleverna kontrollera sina lösningar genom att introducera verktyget ”spegla objekt i en linje”. Diskutera kongruensen samt fundera på om det finns figurer som har oändligt många symmetriaxlar.

Uppgift 2

Skapa en månghörning och en linje. Spegla månghörningen i linjen. (Gör uppgiften utan rutnät i ritområdet).

Undersök tillsammans, dock så att varje elev har egen figur, avståndet från en punkt i månghörningen till speglingslinjen och motsvarande spegelbils avstånd till speglingslinjen. Visa att avstånden är samma även om månghörningen ändras. För detta behövs verktygen ”sträcka mellan två punkter”, ”skärning mellan två objekt” och ”avstånd eller längd”.

Eleverna kan också visa att den linje som går genom en punkt och dess spegelbild är vinkelrät mot speglingslinjen. För detta behövs verktyget ”vinkel”. Diskutera kongruensen.

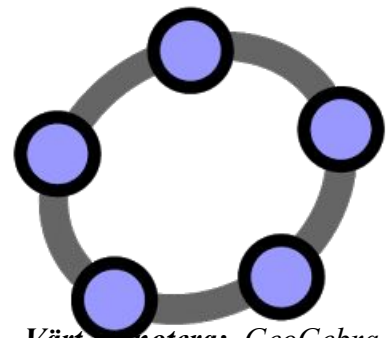
Uppgift 3

Skapa en figur och spegla den i **a)** y -axeln **b)** x -axeln. Jämför spegelbildens och bildens koordinater. Vad märker du?

Uppgift 4

Skapa en femhörning och en linje. Ha inget rutnät i ritområdet. Skriv ut bilden. Spegla femhörningen i linjen genom att rita för hand.

Fler uppgifter kring symmetri och spegling på www.skolresurs.fi!

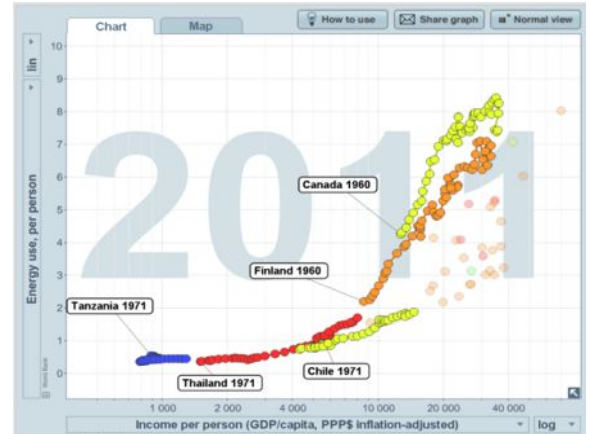


Värt att notera: GeoGebra finns numera också som app för både iOS och Andrid.

Visualisering av data

Ett relativt nytt sätt för datavisualisering är s.k. *dynamiska* eller *rörliga diagram* (eng: *motion charts*). Denna typ av graf blev populariserad i samband med professor Hans Roslings presentationer om "världens hälsotillstånd". Gapminder heter en organisation (<http://www.gapminder.org/>) som utvecklar denna visualiseringsteknik. På Gapminders hemsida finns flera videon där Rosling använder mjukvaran för att visualisera olika datamaterial. Några av dessa bör upplevas! Gapminder har en databas som är välfylld med (förhoppningsvis) tillförlitligt data som berör hälsa, välfärd, energi, miljö och mycket annat.

I diagrammet intill studeras sambandet mellan energianvändning per person (enhet toe, ton oljeekvivalenter) och BNP per capita (enhet US dollar) i Tanzania, Thailand, Finland, Chile och Kanada. Tidsserierna visualiseras från 1960 (1971) till år 2011. Alla länder har blivit rikare (högre BNP). Energikonsumtionen har i stort varit konstant i Tanzania medan den har fördubblats i Chile och Kanada samt trefaldigats i Finland och Thailand. I grafen kan man se sambandet mellan variablerna samtidigt som man kan studera hur sambandet förändras i tiden.



Denna typ av visualiseringar ger direkt upphov till olika uppslag för diskussion och utredning:

- Varför ser energikonsumtionen ganska lika ut i Finland och Kanada?
- Ange länder som är ytterligheter i fråga om energikonsumtion och BNP.
- Finns det fattiga länder med hög energikonsumtion eller rika länder med låg energikonsumtion?
- Hur mycket energi skulle världen behöva om alla länder hade samma energikonsumtion per person som Finland?

Några andra exempel på intressanta variabelval i Gapminder:

a) "Coal consumption, total (log)" på x-axeln och "Energy, total (log)" på y-axeln. Vilka länder har hög/låg andel kol i sin energianvändning?

b) "Yearly CO2-emissions (1000 tones)" på x-axeln och "Cumulative CO2-emissions" på y-axeln. USA:s och Kinas klimatpåverkan syns tydligt här.

c) "Population Growth %" på x-axeln och "Population, total" på y-axeln. Notera hur Indien och Kina seglar upp som ballonger, men också hur man faktiskt kan ana en svagt minskande trend i befolkningsökningstakten.

d) "Internet users (per 100 people)" på x-axeln och "Cell phones (per 100 people)" på y-axeln. Dra ned hastigheten så långt det går, zooma in, så att du skär bort den tomma delen av grafen och tryck på play. Man får här en tydlig bild av "informations-tredjevärlden".

Konstruera och publicera dina egna dynamiska diagram

En nackdel med Gapminder är att man, i nuläget, inte kan sätta in eget data i programmet. Inte heller i Excel 2010 har man möjligheten att konstruera dynamiska diagram (om man inte har en enorm inre lust att börja programmera i VBA förstås). Däremot kan man exempelvis använda verktyget Google Spreadsheets som är en del av det nätbaserade kontorspaketet Google Docs (<https://docs.google.com>). Google Docs innehåller kontorsprogram (text, kalkyl, presentation, bilder etc.) och dokumenten lagras på Drive ("i molnet"). Detta kalkylprogram fungerar nästan som Excel och rörliga grafer finns inbyggda under namnet motion charts. För att kunna använda verktyget krävs det att man har användarkonto på Google Docs (gmail-adress).

Steg-för-steg beskrivning för att skapa en motion chart:

1. Logga in till Google Docs. Klicka på knappen Create och välj Spreadsheets. Då framträder ett rutnät av Exceltyp och menyraden nedan.



2. Skriv in data (och formler) på samma sätt som i Excel.

Obs: Använd punkt (.) som decimalseparator.

Data skrivs in som tidsserier för olika objekt. Först i listan kommer tidsserien för objekt 1, därefter tidsserien för objekt 2 o.s.v.

Intill ses ett exempel på kolkonsumtion och BNP per capita i fem olika länder (Finland, Polen, Storbritannien, Sydafrika, Sydkorea) åren 1965, 1970,...,2010. Enbart tidsserierna för Finland och Polen syns i urklippet intill.

Land	År	BNP per capita (US dollar)	Kolkonsumtion per capita (toe)
Finland	1965	10541	0.438431009
Finland	1970	13162	0.532566449
Finland	1975	15725	0.379502463
Finland	1980	17797	0.786695144
Finland	1985	19959	0.711720397
Finland	1990	23181	0.651767463
Finland	1995	21650	0.806609183
Finland	2000	27172	0.633822827
Finland	2005	30469	0.558315991
Finland	2010	31239	0.802677431
Polen	1965	6052	1.911243633
Polen	1970	7076	2.157458039
Polen	1975	9282	2.463829603
Polen	1980	9173	2.856997178
Polen	1985	9046	2.684144027
Polen	1990	8172	2.107778885
Polen	1995	8987	1.867587378
Polen	2000	11681	1.503977135
Polen	2005	13573	1.458869085
Polen	2010	17065	1.472989232

3. Markera hela datamatriksen inklusive rubrikraden och klicka på knappen Insert chart på menyraden . Programmet föreslår olika alternativ och i detta fall väljer man Motion chart och klickar Insert.
4. Formatera och ändra utseendet efter behov.

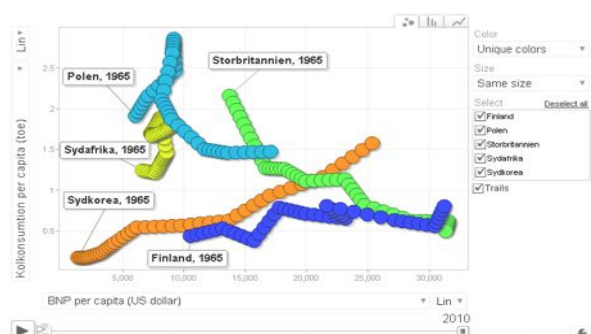
Resultatet är en motion chart konstruerad utifrån eget data med hjälp av Google Docs Spreadsheets. Man kör det dynamiska diagrammet genom att trycka på play-knappen. Nedan ses slutresultatet för ovanstående datamaterial.

Att publicera sin egen dynamiska graf

Då man visualiserat sina favoritdata kan man publicera sitt resultat på internet. Man kan alltså generera html-kod direkt från en motion chart i Google Docs.

Klicka på den lilla pilen uppe i högra hörnet av en aktiv graf och välj Publish chart. Då genereras html-kod som man direkt kan klistra in på lämpligt ställe på sin internetsida.

Ray Pörn



Arcusfunktioner i aktion

Vi ska studera två problemställningar som leder till uttryck innehållande en arcusfunktion. De två problemen är likartade; det första är en rent geometrisk problemställning medan det senare är en mera praktisk tillämpning. För att modellera, lösa och analysera problemen används derivata, integral, ekvationslösning och approximation. Några formler från analysen som vi behöver är

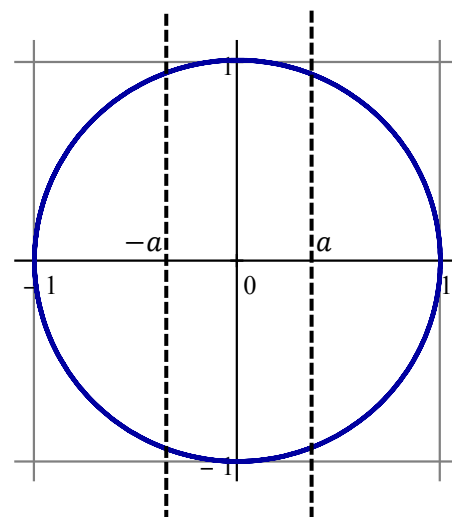
$$(1) \quad D \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad -1 < x < 1$$

$$(2) \quad \int \sqrt{1-x^2} dx = \frac{x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x}{2} + C, \quad -1 \leq x \leq 1$$

Integreringsregel (2) kan verifieras via derivering bägge led.

Cirkelns tredelning

Att dela en cirkel i tre delar så att delarnas areor är lika kan t.ex. göras genom att dela cirkeln i tre identiska sektorer vardera med medelpunktsvinkeln 120° . Men hur gör man om delningen ska utföras med hjälp av två parallella linjer? Se illustrationen i figuren intill. Vi utgår från enhetscirkeln med arean π och frågan är på vilka positioner a och $-a$ som de vertikala linjerna ska placeras för att de tre delarna ska bli lika stora. Kravet blir då att mittenbiten (området som avgränsas av de streckade linjerna och cirkeln) ska ha arean $\frac{\pi}{3}$. Utgående från ekvationen för enhetscirkeln bildar man funktionen $\sqrt{1-x^2}$ som får representera den övre cirkelhalvan. Detta leder till ekvationen



$$\frac{\pi}{3} = 2 \int_{-a}^a \sqrt{1-x^2} dx = 4 \int_0^a \sqrt{1-x^2} dx = 2 \left(a\sqrt{1-a^2} + \arcsin a \right)$$

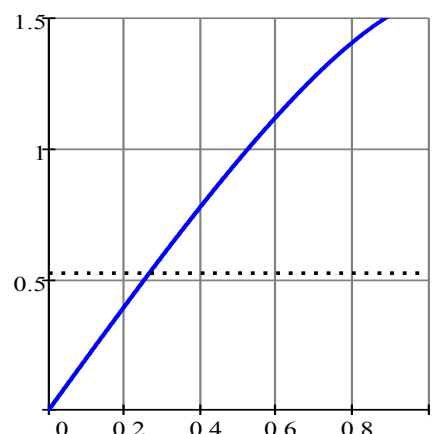
vilket är samma som

$$a\sqrt{1-a^2} + \arcsin a = \frac{\pi}{6}$$

där $a \in [0, 1]$. Denna ekvation kan enbart lösas numeriskt och lösningen är $a \approx 0,264932$. De vertikala linjerna $x = -0,265$ och $x = 0,265$ delar alltså enhetscirkeln i tre lika stora delar.

I figuren intill representerar den svarta streckade linjen konstanten $\frac{\pi}{6}$ och den blåa kurvan vänsterledet i ekvationen. Som

synes är funktionen $f(x) = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x$ väldigt linjär i intervallet $[0, 0,5]$ så om vi beräknar tangenten i punkten $x = 0$ erhåller vi en ganska bra linjär approximation.



Derivatan av $f(x)$ blir

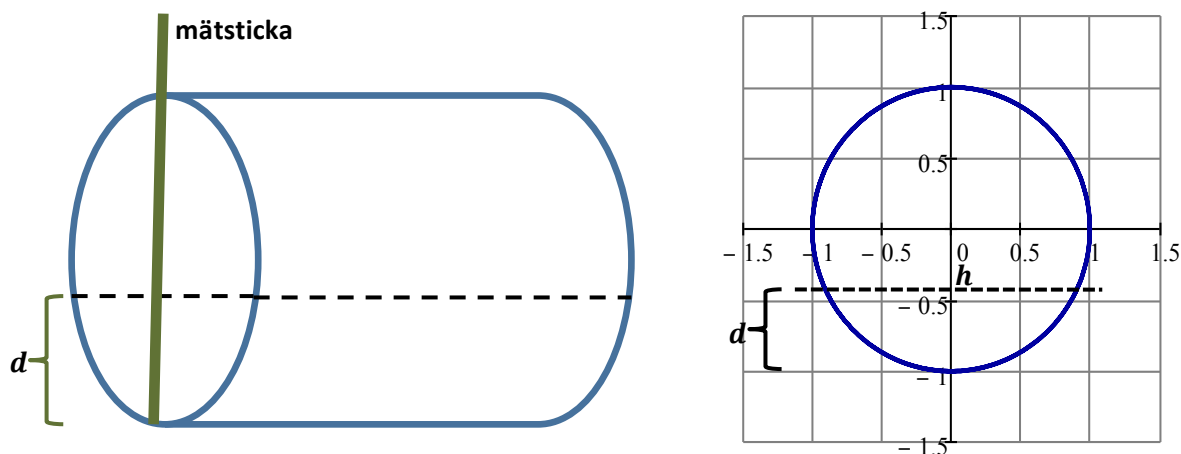
$$f'(x) = \sqrt{1-x^2} - x \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 2\sqrt{1-x^2}$$

vilket ger en riktningskoefficient på $f'(0) = 2$ i origo. Den linjära approximationen är således $l(x) = 2x$. Om den linjäriserade ekvationen $2x = \frac{\pi}{6}$ löses fås resultatet $x = \frac{\pi}{12} \approx 0.2618$ och avvikelsen till den numeriska lösningen är enbart ca 0,003. Linjärisering fungerar i detta exempel utmärkt för att finna en noggrann approximativ lösning till en icke-linjär ekvation som inte kan lösas exakt.

Modell för en mätsticka

En variation på temat i föregående uppgift är att skapa en matematisk modell av en vätskemätare för en liggande cylindrisk tank. Vi utgår från en tank med basradien $r = 1$ m och längden L m. Givet vätskedjupet $d \in [0, 2]$ ska fyllnadsgraden för tanken beräknas. Fyllnadsgraden f definieras som

$$f = 100\% \cdot \frac{\text{vätskans volym}}{\text{tankens volym}}.$$



Vi tänker oss att x -axeln är vertikal i grafen ovan. Om vi känner vätskehöjdens position $h = d - 1 \in [-1, 1]$ kan vätskans tvärsnittsarea beräknas enligt

$$A(h) = 2 \int_{-1}^h \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{2} + h\sqrt{1-h^2} + \arcsin h$$

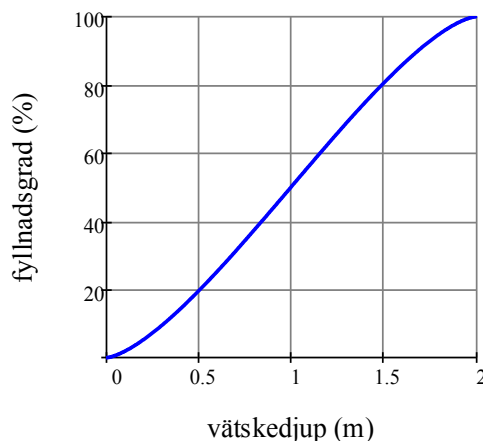
Om tvärsnittsarean ges av $A(h)$ är volymen $L \cdot A(h)$. Totala volymen för tanken är $\pi r^2 L = \pi L$ vilket ger fyllnadsgraden

$$f(d) = 100 \cdot \frac{\frac{\pi}{2} + (d-1)\sqrt{2d-d^2} + \arcsin(d-1)}{\pi}$$

där h ersatts med $d - 1$. Om vi känner vätskedjupet d kan fyllnadsgraden nu beräknas genom att evaluera $f(d)$. En graf av tankens fyllnadsgrad $f(d)$ ses nedan.

Precis som i föregående uppgift är fyllnadsgraden ganska linjär, speciellt för $d \in [0,5, 1,5]$.

Hur stort fel gör man maximalt om man approximerar funktionen f med en linjär approximation? Utifrån figuren intill kan man konstruera en linjär approximation, t.ex. genom att interpolera punkterna $(0,0)$ och $(2,100)$, vilket ger funktionen $l(d) = 50d$ eller $l(h) = 50 + 50h$. Vi noterar också att



funktionen $f(d)$ är konvex i $[0, 1]$ och konkav i $[1, 2]$. I intervallet $[0, 1]$ är alltså $l(d)$ en överskattning av $f(d)$ och i intervallet $[1, 2]$ är den en underskattning. Motsvarande intervall för vätskehöjden h är $[-1, 0]$ respektive $[0, 1]$. Då felet analyseras utgår man från funktionen

$$f(h) = \frac{100}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + h\sqrt{1-h^2} + \arcsin h \right)$$

och intervallet $[-1, 1]$. P.g.a. symmetrin kan man maximera differensen

$$e(h) = f(h) - l(h) = \frac{100}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + h\sqrt{1-h^2} + \arcsin h \right) - 50 - 50h$$

över intervallet $[0, 1]$. Derivatan blir

$$e'(h) = \frac{100}{\pi} \left(\sqrt{1-h^2} - \frac{h^2}{\sqrt{1-h^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-h^2}} \right) - 50 = \frac{100}{\pi} \left(\sqrt{1-h^2} - \frac{h^2-1}{\sqrt{1-h^2}} - \frac{\pi}{2} \right)$$

För att bestämma derivatans nollställen görs uttrycket inom parantes liknämningt och täljaren nollställs.

$$1 - h^2 - h^2 + 1 - \frac{\pi}{2}\sqrt{1-h^2} = 0$$

$$\frac{\pi}{2}\sqrt{1-h^2} = 2 - 2h^2$$

$$\frac{\pi^2}{4}(1-h^2) = (2-2h^2)^2$$

$$(1-h^2)(16(1-h^2) - \pi^2) = 0$$

$$h = \pm 1 \vee h = \pm \frac{\sqrt{16-\pi^2}}{4}$$

Enbart lösningen $h^* = \frac{\sqrt{16-\pi^2}}{4} \approx 0,619$ tillhör det inre av intervallet $[0, 1]$ så det maximala felet uppträder för detta h -värde eftersom $e(0) = e(1) = 0$. Maximala felet är då $e(h^*) \approx e(0,619) \approx 5,8$.

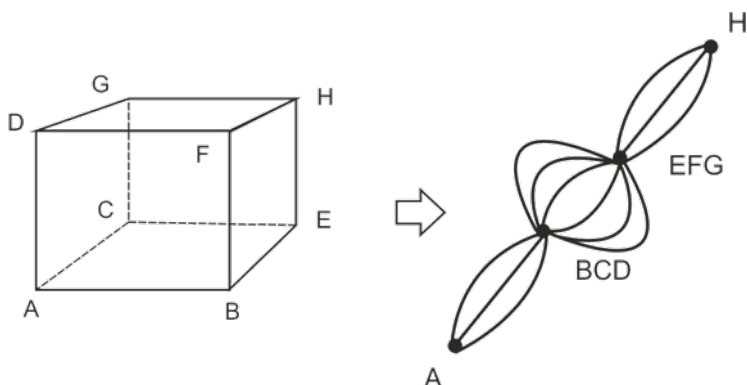
Slutsats: Det största absoluta felet som görs vid denna approximation är ca 6 % (enheter) och det antas för ett h -värde på ca 0,62 vilket motsvarar ett våtskedjup på 1,62 m. Den exakta fyllnadsgraden vid detta våtskedjup är 87 % och den approximativa är 81 %. Det negativa h -värdet $-0,62$ motsvarar ett våtskedjup på 0,38 m och där är också felet 6 %, men i motsatt riktning.

Lösningsförslag till de tre kretsproblemen på s. 8

1. 25W-lampan lyser mycket starkare än 100W-lampan. För att se att så är fallet, använder vi sambandet mellan effekt (P), spänning (U) och resistans (R): $P = U^2/R$. Löser vi för R får vi att 25W lampan har en resistans på 2100 ohm och 100W lampan 530 ohm, dvs. 25W lampan har en cirka fyra gånger högre resistans än 100W:s. Om vi kopplar lamporna i serie kommer därför spänningsfallet över 25W lampan att bli ca. 4 gånger större än över 100W lampan (cirka 180 V, respektive 50 V). 25W lampan lyser därmed starkt, medan 100W lampan knappt glöder alls. I detta resonemang har vi antagit att glödtrådens resistans inte ändrar med temperaturen, men den ökar defakto. Detta innebär att skillnaden i resistans i verkligheten blir ännu större och därmed också skillnaden i ljusstyrka.

2. När brytarna 1 och 2 båda är slutna så kan du övertyga dig själv om att lamporna A, B och C är parallellkopplade. Eftersom alla lampor är lika, dvs. har samma resistans, så kommer en lika stor ström att flyta genom dem alla och de kommer därför alla att lysa lika starkt.

3. Resistansen är $10\ \Omega$. För att se detta kan du tänka dig att du kopplar ett batteri till punkterna A och H. Kubens symmetri gör att hörnen B, C och D måste ha samma potential. Punkter som har samma potential i en krets kan kopplas samman utan att ändra kretsens funktion, eftersom ingen ström flyter mellan två punkter av samma potential. Resistanserna AB, AD och AC blir således parallellkopplade med en total resistans på 4 ohm. På samma sätt kan punkterna E, F och G också förenas och bildar också de 3 parallellkopplade resistanser med den totala resistansen på 4 ohm. Tittar vi på kuben så förenas punkterna BCD och EFG med 6 parallellkopplade resistanser, med en total resistans på 2 ohm. De 3 grupperna av parallellkopplade resistanser är i sin tur seriekopplade, varför totala resistansen mellan A och H blir: $4 + 4 + 2 = 10\ \text{ohm}$.



Om oss

Resurscenter för matematik, naturvetenskap och teknik i skolan är ett nationellt finlandssvenskt projekt för att stöda skolundervisningen i dessa ämnen. Projektet är självständigt men sker i nära samarbete med bl.a. Helsingfors universitet, Yrkeshögskolan Arcada, Yrkeshögskolan Novia, Åbo Akademi och det nationella LUMA nätverket.

Resurscentret är ett initiativ av Svenska tekniska vetenskapsakademien i Finland (STV). Som projektägare fungerar Åbo Akademi via Centret för livslångt lärande. Projektet finansieras från många olika håll, bland annat av Svenska kulturfonden, Utbildningsstyrelsen, Svenska folkskolans vänner, K.H. Renlunds stiftelse, Stiftelsen Brita Maria Renlunds minne, Magnus Ehrnrooths stiftelse, Stiftelsen för Åbo Akademi och STV.

Detta nyhetsbrev är en fristående fortsättning på de informationsbrev som tidigare producerats vid Kemididaktiskt resurscentrum. På resurscentrets hemsida www.skolresurs.fi kan du ladda ner detta nyhetsbrev i färg. Där finns även mer information om centrets verksamhet och framtida evenemang. På hemsidan finns också en del länkar och annat undervisningsmaterial samlat. Vi tar gärna emot tips och idéer gällande länkar och annat material.

Vår vision

Vi vill...

...skapa intresse för matematik, naturvetenskap och teknik i skolan så att elevernas valmöjligheter i kommande utbildning breddas

...främja växelverkan mellan skolor, näringsliv och högre utbildning för att öka elevernas förståelse för naturvetenskapernas och teknologins betydelse för hållbar samhällsutveckling

...bidra till att stärka lärarnas ämneskunskaper och öka förutsättningarna för innovativ undervisning

Ledningens kontaktuppgifter

Projektkoordinator Cecilia Lundberg
CLL (Centret för livslångt lärande vid Åbo Akademi och Yrkeshögskolan Novia)
Fabriksgatan 2, 20500 Åbo
E-post: cecilia.lundberg@skolresurs.fi
Telefon: 02 215 4970

Verksamhetsledare Minna Boström
Telefon: 050-341 1338
E-post: minna.bostrom@skolresurs.fi



www.skolresurs.fi

Resurspersoner

Tveka inte att ta kontakt om du har frågor eller om du har idéer!
E-post: fornamn.efternamn@skolresurs.fi

FYSIK

Jonas Waxlax, lektor i fysik,
Gymnasiet Lärkan, 044-3511250

Mats Braskén, lektor i fysik,
Yrkeshögskolan Novia, 050-3770868

Markus Norrby, lektor i fysik,
Vasa övningsskola, 040-5157574

Ingvar Stål, science, Metro. Int. School,
Tyskland (ingvar.stal@metroschool.de)

Annika Venäläinen, doktorand i fysik,
Helsingfors universitet, 044-2870987

KEMI

Berit Kurtén-Finnäs, akademilektor,
Åbo Akademi, 050-5649309

Triin Gyllenberg, lektor i kemi,
Brändö gymnasium, 041-5471748

Mariann Holmberg, lektor i kemi,
Yrkeshögskolan Arcada, 040-5924186

Ann-Sofi Leppänen, forskare,
Åbo Akademi 044-5530995

MATEMATIK

Camilla Söderback, lektor i matematik,
Vasa övningsskola, 050-3581727

Ray Pörn, överlärare,
Yrkeshögskolan Novia, 06-3285630

KLASSLÄRARE

Ann-Catherine Henriksson, klasslärare,
Malms skola, Pargas, 040-5891750

Anna Karin Jern, klasslärare,
Österby skola, Raseborg, 040-3564650

Kerstin Sandén, klasslärare,
Vasa övningsskola, 050-3511534