

MaMa

Matematiikan
Maaailmaan

Till Matematikens Värld



A
L
G
E
B
R
A

LÄRARVERSION

AKTIVITETER OCH UPPGIFTER I KLASSRUMMET

Algebraisk problemlösning: Proportionella relationer

Innehåller följande problem:

11. Mata larver (A)
12. Mata larver (B)
13. Spökhuset
14. Fiskar*
15. Kattmat*
16. Småkakor*
17. Bollbyte*
18. Solrosen*
19. Tomtens skägg*
20. Joggning*
21. Klippa gräs

(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Bästa lärare!

Framför dig har du en samling algebraiska problemlösningssuppgifter där temat är *proportionella relationer*. Problem kopplade till proportionella relationer är speciellt tacksamma att arbeta med under de tidiga skolåren eftersom de öppnar upp för olika lösningsmetoder, diskussioner och nya problem. Denna typ av problem finns det få av i de finländska läromedlen. Proportionella relationer kan du läsa om på MaMa-Algebra hemsidan (<http://blogs2.abo.fi/tidigalgebra/proportionellt-tankande-2/>).

I denna lärarversion finns problemlösningssuppgifter och kommentarer efter varje uppgift. Kommentarererna är riktade till läraren och ger exempelvis förslag på hur du kan differentiera uppåt och neråt och jobba varierat med uppgifterna. En skild elevversion med enbart problemlösningssuppgifterna finns tillgänglig på MaMa-Algebra hemsidan (<http://blogs2.abo.fi/tidigalgebra/proportionellt-tankande/>).

Uppgifterna märkta med en asterisk (*) är utarbetade och anpassade utgående från uppgifter i Skolverkets problembank (2014). På Skolverkets sidor kan du läsa mera om dessa problem och för en del av uppgifterna finns det även lösningsförslag och idéer för hur arbeta med problemen (<https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/name/P03WCPLAR047219>).

Uppmuntra gärna eleverna att använda olika uttrycksformer (konkreta modeller, bilder/illustrationer, symboler, tabeller och verbalt språk) vid lösning av uppgifterna. Vilka uttrycksformer använder eleverna helst? Vilka uttrycksformer behöver utvecklas? Uppgifterna kan med fördel lösas på separata papper så att eleverna inte begränsas av utrymmet. Låt uppgifterna ta tid.

Vi önskar dig och dina elever många spännande och utvecklande problemlösningstunder!

Hälsningar,

MaMa-arbetsgruppen

11. MATA LARVER (A)

I en fjärdeklass har man en låda med 2 fjärilslarver. Eleverna matar fjärilslarverna för att se hur larverna utvecklas till fjärilar. Varje dag behöver larverna matas med 5 blad.



Hur många blad skulle behövas varje dag om klassen hade 12 fjärilslarver?

Förklara hur du kom fram till ditt svar.

Till läraren

Låt barnen fundera och lösa problemet i lugn och ro. Se till att barnen har konkret material till hands och/eller att de ritat bilder på sina lösningar. Be barnen diskutera sina lösningar med varandra.

Här finns det flera olika vägar att komma till rätt svar. Flesta barn klarar av att lösa den här typen av problem med hjälp av att rita. En utförlig beskrivning av olika möjliga lösningar samt hur du som lärare kan utnyttja dessa olika lösningar i klassgemensamma diskussioner finns i boken "5 undervisningspraktiker i matematik för att planera och leda rika matematiska diskussioner" (Smith & Stein, 2014; på engelska Smith & Stein, 2011).

Smith, M.S. & Stein, M.K. (2014). 5 undervisningspraktiker i matematik för att planera och leda rika matematiska diskussioner. Stockholm: Natur & Kultur.

Smith, M.S. & Stein, M.K. (2011). 5 practices for Orchestrating Productive Mathematical Discussions. Reston, VA: NCTM.
<http://www.mctm.org/mespa/5Practices.pdf>.

Det finns även en svårare version av problemet. Den svårare versionen presenteras som nästa problem.

12. MATA LARVER (B)

Barnen i åk 2 har fått lådor där det bor 2 larver i varje låda. Om man matar larverna rätt utvecklas de till fjärilar. Varje dag behöver de 2 larverna i en låda matas med 5 blad.



I klassen finns 12 barn. Barnen delas in i par och varje par får en låda att sköta om.
Hur många blad går det åt varje dag till larverna?

Förklara hur du kom fram till ditt svar.

Till läraren

Låt barnen fundera och lösa problemet i lugn och ro. Se till att barnen har konkret material till hands och/eller att de ritar bilder på sina lösningar. Be barnen diskutera sina lösningar.

Detta är en svårare version av problemet som presenterade på föregående sida.

13. SPÖKHUSET

Spökhuset har fyra våningar. Högst uppe bor det fyra spöken. På varje våning bor det dubbelt så många spöken som på våningen ovanför. Hur många spöken bor i huset?



Till läraren

I denna uppgift är det bra att kolla att Låt barnen fundera och lösa problemet i lugn och ro. Kom ihåg att se till att barnen har konkret material till hands och/eller att de ritat bilder på sina lösningar. Be barnen diskutera sina lösningar.

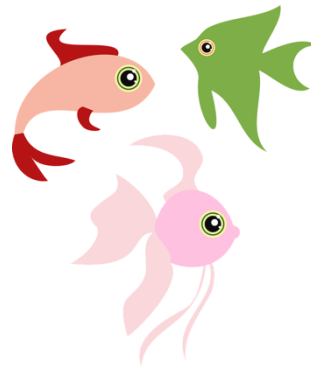
Man kan göra uppgiften svårare för de elever som snabbt löser den genom att öka antalet våningar. Sedan kan man diskutera den generella lösningen tillsammans.

På MaMa-Algebra bloggen finns en video med ett exempel hur man kan jobba med detta problem i en elevgrupp. (Se: <https://blogs2.abo.fi/tidigalgebra/proportionellt-tankande/>)

14. FISKAR*

Kim ska köpa fiskar till sitt akvarium. I djuraffären kostar 4 fiskar 10 euro.

- a) Hur många fiskar får Kim för 20 euro?
- b) Hur många fiskar får Kim för 15 euro?
- c) Hur mycket kostar 10 fiskar?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.



(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

Att arbeta med den här typen av problem utvecklar elevers förståelse förutom proportionella samband, delbarhet och division och multiplikation. Här kan man med fördel arbeta med begreppen dubbelt och hälften. Det är bra att specifikt lägga märke till rimlighetsbedömning av de egna lösningarna. Man kan också öva att sätta upp tabeller och diagram för att sortera data och beskriva resultat från undersökningar, kanske med hjälp av konkret material.

En vanlig missuppfattning är att elever tror att de först måste räkna ut hur mycket en fisk kostar för att sedan kunna räkna ut vad tio fiskar kostar. Här behöver de aldrig göra det utan man kan till exempel halverar och dubblar sig fram till lösningarna, dvs. använda proportionellt tänkande.

Problemet kan förenklas genom att korta av eller förenkla texten. Även lägre tal samt färre steg i beräkningarna kan underlätta.

Exempel på differentiering neråt (förenkling):

Kim får 2 fiskar för 4 euro.

- a) Hur många fiskar får Kim för 10 euro?
- b) Hur många fiskar får Kim för 6 euro?
- c) Hur mycket kostar 8 fiskar?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.

På motsvarande sätt kan man göra problemet svårare med flera steg i beräkningarna samt med större tal.

Exempel på differentiering uppåt:

I djuraffären har Kim förut betalat 12 euro för 16 fiskar.

- a) Hur många fiskar får Kim för 9 euro?
- b) Hur många fiskar får Kim för 15 euro?
- c) Hur mycket kostar 28 fiskar?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.

Här är förhållande mellan kostnaden och fiskarna 3:4. Man får alltså betala 3 euro för 4 fiskar. Det kan löna sig att inse det för att kunna lösa problemet.

Detta är ett bra exempel på att den mest effektiva strategin inte alltid är att först räkna ut vad ett föremål (fisk) kostar.

15. KATTMAT*

Milla ska köpa kattmat. Hon kan välja mellan två märken, Mjau och Mirri.

2 påsar Mjau kostar 6 euro. 5 lika stora påsar av Mirri kostar 20 euro.

Vilket märke är billigare?

Hitta på ett liknande problem. Lös problemet.



(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

I de flesta uppgifter kan innehållet bytas ut, dels för variation eller för att innehållet då kanske tilltalar eleverna mera, men mest för att uppgifterna då kan användas även för träning av läsförståelse i matematiska uppgifter. Variationen ger möjlighet till att jobba med samma idé i varierande sammanhang. Detta är en god idé särskilt för elever med svårigheter med läsförståelse. I denna uppgift kan du byta ut kattmat mot exempelvis pärlor, godis eller äpplen.

Exempel på innehållsvariation till uppgiften:

Milla tycker om att göra pärlplattor. Hennes pärlor är slut så hon går till affären för att köpa mera. Hon kan välja mellan två märken, Pärlis och Hams. 2 påsar Pärlis kostar 6 euro. 5 lika stora påsar av Hams kostar 20 euro.

Vilket märke är billigare?

16. SMÅKAKOR*

Här är ett recept på 20 småkakor:

100 g smör

2 dl socker

4 dl havregryn

2 msk kakao



- a) Hur ser receptet ut för 10 småkakor?
- b) Hur ser receptet ut för 5 småkakor?
- c) Om receptet innehåller 3 dl havregryn, hur många småkakor blir det då?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.

(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

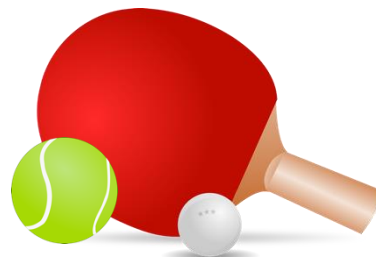
I denna uppgift kan man lyfta fram begreppen dubbelt, hälften, dubblera, halvera, en fjärdedel osv. Dessa begrepp är viktiga och grundläggande inom proportionellt tänkande.

Denna typ av uppgift kan med fördel sättas i en verklig kontext och även förverkligas. Exempelvis inför en föräldraskväll kan eleverna planera och baka. Hur många småkakor behövs för att alla gäster? Hur skall receptet se ut för att en lämplig mängd kan bakas?

17. BOLLBYTE*

Alice och Sven byter bollar med varandra.

Sven får 8 pingisbollar för 6 tennisbollar.



- a) Hur många pingisbollar får Sven för 3 tennisbollar?
- b) Hur många pingisbollar får Sven för 12 tennisbollar?
- c) Hur många tennisbollar får Alice för 12 pingisbollar?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.

(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

I samband med den här typen av uppgifter kan elever uppmuntras att göra en tabell om relationen mellan antalet bollar. Tabeller är ett bra sätt att sammanställa innehållet i en problemlösningstext och kan även användas som en strategi för att lösa problemet. I tabellen kan man få syn på samband både inom och mellan kolumnerna.

Pingisbollar	Tennisbollar
8	6
4	3
16	12
12	9

18. SOLROSEN*

Kjell planterar ett solrosfrö. Solrosen växer lika mycket varje dag. Efter 6 dagar är solrosen 10 cm hög.

- a) Hur hög var solrosen efter 3 dagar?
- b) Hur många dagar tar det innan solrosen är 20 cm hög?
- c) Hur många dagar tar det innan solrosen är 25 cm hög?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.



(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

Solrosen kan man med fördel arbeta med begrepp som dubbelt och hälften och andra proportionella samband.

Problemet kan förenklas genom att korta av eller förenkla texten. Även lägre tal samt färre steg i beräkningarna kan underlätta.

Exempel på differentiering neråt (förenkling):

På 4 dagar växer en solros 6 cm.

- a) Hur hög var solrosen efter 2 dagar?
- b) Hur många dagar tar det innan den är 12 cm?
- c) Hur många dagar tar det innan den är 9 cm?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.

På motsvarande sätt kan man göra problemet svårare med flera steg i beräkningarna samt med större tal.

Exempel på differentiering uppåt:

Kjell planterar ett solrosfrö. Efter 8 dagar är den 20 cm hög.

- a) Hur hög är solrosen efter 12 dagar?
- b) Hur många dagar tar det innan solrosen är 25 cm?
- c) Hur många dagar tar det innan solrosen är $17 \frac{1}{2}$ cm?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.

Här är förhållande mellan dagarna och tillväxten i cm 2:5. För att kunna lösa problemet är det bra om eleven inser att det alltså tar 2 dagar för växten att växa 5 cm.

19. TOMTENS SKÄGG*

Tomtens skägg är 10 cm långt och växer lika mycket varje dag.

Efter två dagar är skägget 4 cm längre än tidigare.

- a) Hur långt är skägget efter fyra dagar?
- b) Hur långt är skägget efter fem dagar?
- c) Hur lång tid tar det innan skägget är 22 cm långt?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.



(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

I den här uppgiften måste eleverna komma ihåg att addera till skäggtillväxten till den ursprungliga skägglängden (10 cm). Problemet kan förenklas genom att enbart fråga efter hur mycket skägget växer. Olika lösningsstrategier kan användas, jämföras och diskuteras.

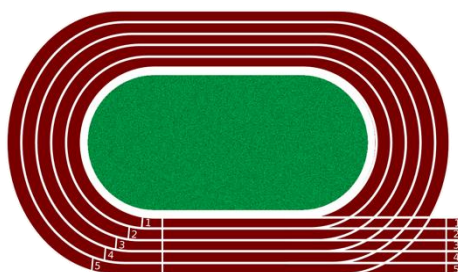
Exempel på frågorna vid differentiering neråt (förenkling):

- a) Hur mycket växer skägget på fyra dagar?
- b) Hur mycket växer skägget på fem dagar?
- c) Hur lång tid tar det innan skägget är 22 cm långt?

20. JOGGNING*

Det tar 8 minuter för Laila att jogga 2 varv runt en bana. Hon springer lika fort hela tiden.

- a) Hur lång tid tar det för Laila att jogga 4 varv?
- b) Hur lång tid tar det för Laila att jogga 3 varv?
- c) Hur många varv joggar Laila på 28 minuter?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.



(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

I samband med den här typen av uppgifter kan elever uppmuntras att göra en tabell om relationen mellan tid och antal varv. Tabeller är ett bra sätt att sammanställa innehållet i en problemlösningstext och systematiskt resonera vad som händer exempelvis då antalet varv dubblas, eller vad händer då tiden tredubblas.

21. KLIPPA GRÄS

Jenny klipper gräsmattan hos Bo på 2 timmar.

- a) Patrik gör det också på 2 timmar. Hur lång tid tar det om Jenny och Patrik hjälps åt?
- b) Mona klipper gräsmattan på 4 timmar. Hur lång tid tar det om Jenny och Mona hjälps åt?
- c) Hur lång tid tar det om alla tre hjälps åt?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.



Till läraren

En vanlig missuppfattning är att eleverna adderar antalet timmar, eftersom många elever tänker att "tillsammans" (i denna uppgift "hjälps åt") syftar på addition. Ett bra sätt är först göra en grov uppskattning av svaret, kommer det att ta kortare eller längre tid om de gör jobbet tillsammans?

Denna typ av uppgift är ett exempel på omvänd proportionalitet, dvs. då den ena storheten ökar (i detta fall antal personer som klipper) så minskar den andra storheten (i detta fall tiden det tar att klippa gräset). Ifall eleverna löser uppgiften med hjälp av en tabell är det bra att diskutera hur de olika kolumnerna (personer och tid) står i relation till varandra.