



LÄRARVERSION

AKTIVITETER OCH UPPGIFTER I KLASSRUMMET

Algebraisk problemlösning: Funktionella samband

Innehåller följande problem:

- 7. Tornet*
- 8. Möblera**
- 9. Plattorna*
- 10. Mönster*

(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

(**) Problemet är anpassat från uppgift i Blanton m.fl. (2015)

Bästa lärare!

Framför dig har du en samling algebraiska problemlösningssuppgifter där temat är *funktionella samband*. Problem kopplade till funktionella samband är speciellt tacksamma att arbeta med under de tidiga skolåren eftersom de långt handlar om att undersöka, hitta och beskriva mönster. Den här typen av uppgifter finns inte så mycket av i finländska läromedel. Dessa uppgifter går bra att differentiera genom att öka eller minska tal och antal. Alla elever kan upptäcka olika matematiska mönster, symmetrier och aritmetiska talföljder. Dessa typer av uppgifter öppnar upp för diskussioner där eleverna får diskutera, argumentera och kommunicera matematiskt. Funktionella samband kan du läsa om på MaMa-Algebra hemsidan (<https://blogs2.abo.fi/tidigalgebra/forstaelse-av-funktionella-samband/>).

I denna lärarversion finns problemlösningssuppgifter och kommentarer kring uppgifterna efter varje uppgift. Kommentarererna är riktade till läraren och ger exempelvis förslag på hur du kan differentiera uppåt och neråt och jobba varierat med uppgifterna. En skild elevversion med enbart problemlösningssuppgifterna finns tillgänglig på MaMa-Algebra hemsidan (<https://blogs2.abo.fi/tidigalgebra/funktionellt-tankande/>).

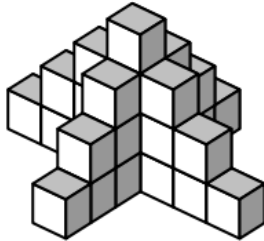
Uppgifterna märkta med en asterisk (*) är utarbetade och anpassade utgående från uppgifter i Skolverkets problembank (2014). På Skolverkets sidor kan du läsa mera om dessa problem och för en del av uppgifterna finns det även lösningsförslag och idéer för hur arbeta med problemen (<https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/name/P03WCPLAR047219>). Uppgiften "Möblera" kommer från Blanton och kollegors (2015) interventionsstudie där barn i 8–9-årsålder lärde sig algebra (se litteraturlistan <https://blogs2.abo.fi/tidigalgebra/litteraturlista/>).

Använd gärna konkret material i problemlösning. Uppmuntra gärna eleverna att använda olika uttrycksformer (konkreta modeller, bilder/illustrationer, symboler, tabeller och verbalt språk) vid lösning av uppgifterna. Vilka uttrycksformer använder eleverna helst? Vilka uttrycksformer behöver utvecklas? Uppgifterna kan med fördel lösas på separata papper så att eleverna inte begränsas av utrymmet. Låt uppgifterna ta tid.

Vi önskar dig och dina elever många spännande och utvecklande problemlösningstunder!

Hälsningar,
MaMa-arbetsgruppen

7. TORNET*



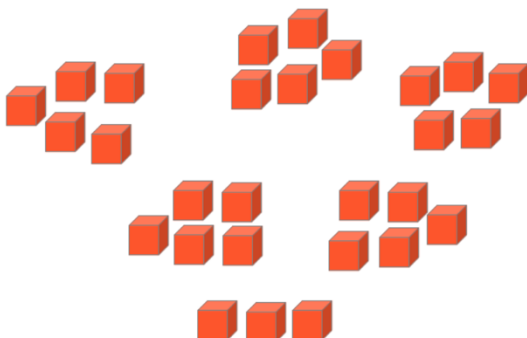
- a) Hur många kuber behövs för att bygga tornet på bilden?
- b) Hur många kuber behövs för att bygga ett liknande torn som är 6 kuber högt?
- c) Hur många kuber behövs för att bygga ett liknande torn som är 10 kuber högt?
- d) Hitta på ett liknande problem. Lös problemet.

(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

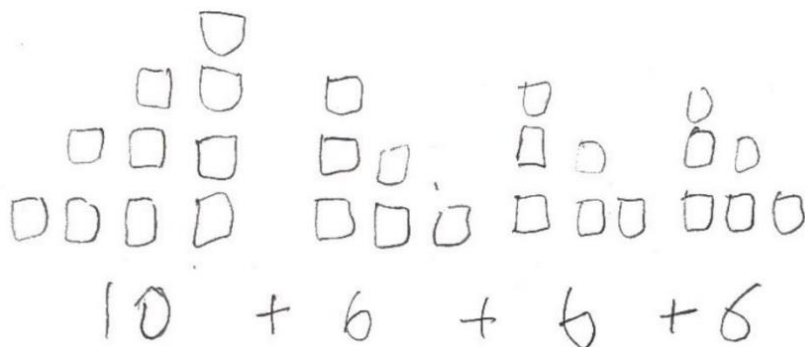
Nedan följer tre exempel på elevlösningar. Exempelen är tagna från Skolverkets problembank (2014). Elevlösningarna visar hur eleverna kan använda varierande uttrycksformer för att lösa och redovisa sina lösningar. Uppmuntra och låt eleverna lösa uppgifterna på olika sätt!

Exempel 1: Lösning av delproblem a



Eleven byggde först tornet med hjälp av små kuber. Sedan rev eleven ner det och pusslade om kuberna. Eleven lade kuberna i grupper om fem och pekade och räknade sedan: 5, 10, 15, 20, 25 och avslutade med: 26, 27, 28. Eleven kunde beskriva muntligt och med hjälp av kuberna hur hen hade löst problemet.

Exempel 2: Lösning av delproblem a



Den här eleven valt att först rita tornet i fyra delar, en större och tre mindre. Sedan har eleven räknat antalet kuber per del, skrivit ner det och adderat alla kuber, $10 + 6 + 6 + 6 = 28$.

Exempel 3: Lösning av delproblem b

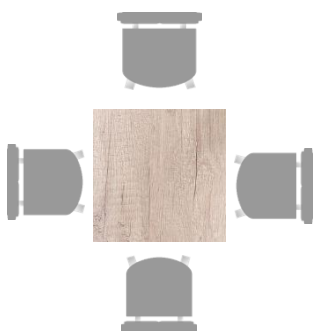
		60		
15	+	15	=	30
30	+	30	=	60
60	+	6	=	66

Här får man anta att eleven först har insett att det går åt 15 kuber till en "vinge" på tornet. Därefter har eleven räknat ut antalet kuber för två "vingar" ($15 + 15 = 30$), sedan antalet kuber för två par av "vingar" ($30 + 30 = 60$). Slutligen har eleven lagt till de sex kuberna i tornets mittpelare ($60 + 6 = 66$). Svaret har eleven slutligen redovisat högst upp.

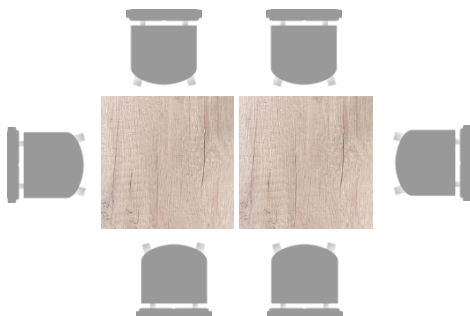
8. MÖBLERA**

Stella ska ha kalas. Hon vill möblera så att alla får plats runt bordet. Hon har flera kvadratiska bord.

Runt ett bord får det plats fyra personer, så här:



Om hon lägger till ytterligare ett bord så får det plats sex personer, så här:



- a) Om Stella fortsätter att sätta samman kvadratiska bord på det här sättet, hur många personer kan sitta vid

3 bord?

4 bord?

5 bord?

Anteckna dina svar i tabellen:

Antal bord	Antal personer
1	
2	
3	
4	
5	
6	

- b) Kan du se något mönster i tabellen? Beskriv mönstret.
- c) Tänk ut en regel som beskriver sambandet mellan antalet bord och antalet personer som kan sitta vid borden. Beskriv din regel med ord.
- d) Beskriv regeln genom att använda variabler. Vad representerar variablerna som du använt?
- e) Om Stella har 10 bord, hur många personer får plats då? Visa hur du kommit fram till ditt svar.

(**) Problemet är anpassat från uppgift i Blanton m.fl. (2015)

Till läraren

De flesta elever klarar att lösa uppgiften 8 a) med hjälp av ritningar och beräkningar. De klarar också att se mönster i tabellen och beskriva innehållet retoriskt. För att kunna beskriva sambandet (regeln) mellan antalet bord och antalet personer (c och d) krävs systematisk övning med liknande uppgifter. Blanton med kollegor (2015) visade att det var möjligt för elever i 8–9-årsålder att lära sig detta med hjälp av välplanerade aktiviteter kring liknande problem. När det gäller uppgift 8 e) kan barn visa om det kan utnyttja regeln utan att behöva rita alla bord med personer och räkna antalet personer.

Källa:

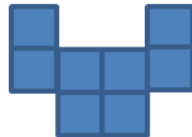
Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Murphey Gardiner, A., Isler, I., & Kim, J.-S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comparative early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 39-87. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.1.0039>

9. PLATTORNA*

Ett mönster läggs med hjälp av plattor. Så här ser mönstret ut:



figur 1



figur 2



figur 3

Hur många plattor går det åt till

- a) figur 4?
- b) figur 7?
- c) figur 20?
- d) Hitta på ett liknande problem. Lös problemet.

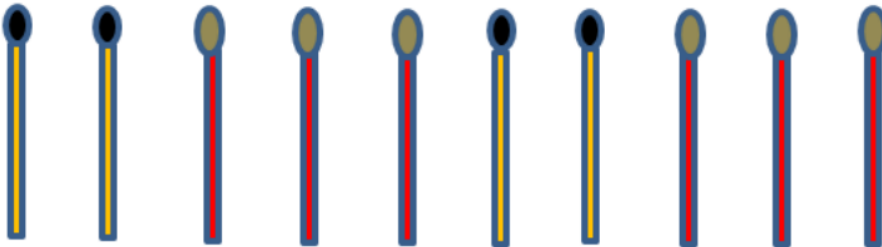
(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

På liknande sätt som i problemet med bord och stolar (Möblera) kan de flesta elever klara även denna uppgifts första del genom att med hjälp av ritningar och beräkningar studera förändringen och söka mönstret. För att kunna beskriva mönstret (regeln) eller sambandet mellan figurens nummer och antal plattor (c och d) krävs systematisk övning med liknande uppgifter. Att diskutera hur formationerna ser ut och hur antalet plattor förändras ger en bra start (t.ex. "Det kommer alltid två plattor till"). Sambandet mellan figurens nummer och antalet plattor kan sedan systematiseras i en tabell och den vägen kan eleverna få hjälp med att formulera regeln med ett uttryck. Alternativt kan man även ge eleverna det färdiga uttrycket $(2n + 4)$ och be dem tolka det för denna uppgift.

Figurens nummer	Antal plattor
1	6
2	8
3	10
4	12
5	14
6	16

10. MÖNSTER*



Johanna lägger detta mönster med gula och röda tändstickor (ljusa och mörka om du skriver ut dokumentet i svartvitt).

Hur många stickor av varje färg går det åt till ett mönster som är

- a) 15 stickor långt?
- b) 20 stickor långt?
- c) 50 stickor långt?
- d) Hitta på ett liknande problem. Lös problemet.

(*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Till läraren

Att tolka och skapa mönster är bra övning för att lära sig att se förändringar och regelbundenheter. Mönster kan med fördel skapas även utanför klassrummet, på skolgården eller i skogen, och med olika sorters material. Även om tolkandet och skapandet av mönster är i sig en viktig del av inom funktionella samband så är det av stor betydelse att även föra aktiveten längre och försöka formulera regeln för sambandet.

OBS! Om du skriver ut dokumentet i svartvitt kan du istället använda benämningarna ljusa och mörka tändstickor.