

**MaMa**  
Matematiikan  
Maailmaan  
Till Matematikens Värld



**A  
L  
G  
E  
B  
R  
A**

## LÄRARVERSION

### AKTIVITETER OCH UPPGIFTER I KLASSRUMMET

Algebraisk problemlösning:  
Ekvationer, uttryck och olikheter

Innehåller följande problem:

1. Att dela pengar\*
2. Tal\*
3. Kottedjur\*
4. Grisar och hönor
5. Antalet hjul\*
6. Nötter\*

(\*) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

Bästa lärare!

Framför dig har du en samling algebraiska problemlösningssuppgifter där temat är *ekvationer, uttryck och olikheter*. Problem kopplade till ekvationer, uttryck och olikheter ger en viktig grund i det algebraiska tänkandet. Dessa uppgifter kan lösas på olika sätt men introducerar till att tolka och formulera uttryck och småningom lösa dessa uttryck med systematisk ekvationslösning. För de yngre barnen kan uttrycken se ut på varierande sätt och småningom får barnen övning i att formulera dessa uttryck. Problemen kan lösas på varierande sätt. Ekvationer, uttryck och olikheter kan du läsa om på MaMa-Algebra hemsidan (<https://blogs2.abo.fi/tidigalgebra/uttryck-ekvationer-och-olikheter-2/>).

I denna lärarversion finns problemlösningssuppgifter och kommentarer kring uppgifterna efter varje uppgift. Kommentarer är riktade till läraren och ger exempelvis förslag på hur du kan differentiera uppåt och neråt och jobba varierat med uppgifterna. En skild elevversion med enbart problemlösningssuppgifterna finns tillgänglig på MaMa-Algebra hemsidan (<https://blogs2.abo.fi/tidigalgebra/uttryck-ekvationer-och-olikheter/>).

Uppgifterna märkta med en asterisk (\*) är utarbetade och anpassade utgående från uppgifter i Skolverkets problembank (2014). På Skolverkets sidor kan du läsa mera om dessa problem och för en del av uppgifterna finns det även lösningsförslag och idéer för hur arbeta med problemen (<https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/name/P03WCPLAR047219>).

Låt gärna eleverna använda konkret material vid problemlösningen. Uppmuntra gärna eleverna att använda olika uttrycksformer (konkreta modeller, bilder/illustrationer, symboler, tabeller och verbalt språk) vid lösning av uppgifterna. Vilka uttrycksformer använder eleverna helst? Vilka uttrycksformer behöver utvecklas? Uppgifterna kan med fördel lösas på separata papper så att eleverna inte begränsas av utrymmet. Låt uppgifterna ta tid.

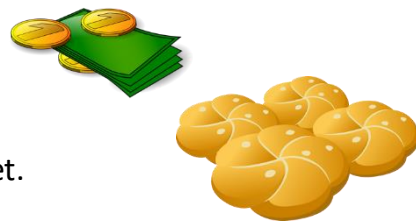
Vi önskar dig och dina elever många spännande och utvecklande problemlösningstunder!

Hälsningar,  
MaMa-arbetsgruppen

## 1. ATT DELA PENGAR\*

Lina och Tobias bakade bullar som de sedan sålde. De bestämde sig för att dela lika på pengarna de förtjänat. När Lina först tog sin del av pengarna läste Tobias sin bok och märkte inget. När Tobias sedan tog sin del tog han därför hälften av det som var kvar, för han trodde resten av pengarna var Linas. Hur mycket pengar hade de totalt förtjänat på bullaförsäljningen om det slutligen fanns

- a) 5 euro kvar?
- b) 11 euro kvar?
- c) 27 euro kvar?
- d) Hitta på ett eget liknande problem. Lös problemet.



(\* ) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

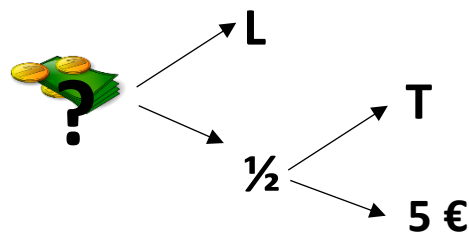
### Till läraren

Att forma en algebraisk ekvation och lösa den är krångligt. Däremot kan små barn lösa denna typ av problem genom att räkna baklänges, och/eller med hjälp av teckningar eller konkret material. Uppmuntra barnen att pröva olika lösningsförslag och diskutera dem med varandra samt att använda olika förkortningar och beteckningar. Att använda förkortningar och tecken är redan ett viktigt skede i algebrautvecklingen och kräver abstrakt tänkande (som i exemplet nedan).

### Lösningsförslag (a):

Gör upp ett schema över de olika stegen. Gå sedan bakåt från det som var kvar (5 euro) och fundera hur mycket pengar fanns i steget innan.

Vilka andra lösningsförslag kan eleverna ha?



## 2. TAL\*

Kalle tänker på ett tal. Han adderar sitt tal med 2 och subtraherar sedan med 6.

Vilket är talet Kalle tänker på om han slutligen

a) får 5?

b) får 8?

c) får 23?

d) Hitta på ett liknande problem. Lös problemet.



(\* ) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

### **Till läraren**

*Följande problem liknar det förra gällande hur resonera kring problemet. Denna typ av problem kan man ibland möta på som trolleritrix där magikern kan "veta hur du tänker/läsa dina tankar". Hur kan det komma sig att magikern kan veta vilket tal du tänkte på?*

### 3. KOTTDJUR\*

Olle i Blåbärsskogen har samlat kottar och stickor. Med kottarna och stickorna bygger han kor som har fyra ben och hönor som har två ben. Hur många kor och hur många hönor blir det om han använder

- a) 4 kottar och 10 stickor?
- b) 9 kottar och 30 stickor?
- c) 30 kottar och 50 stickor?
- d) Hitta på ett liknande problem. Lös problemet.



(\* Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

#### **Till läraren**

De följande tre problemen (Kottdjur, Grisar och hönor och Antalet hjul) är besläktade med de extra uppgifter som finns i matematikböcker där elever löser ekvationssystem med hjälp av logisk slutledning. Under de tidiga skolåren kan barnen lösa dessa problem med hjälp av logisk slutledning och konkret material. Under senare skolåren är det bra att elever fått intuitiv förståelse för denna typ av problem. Då kan de lösa mer komplicerade problem genom att sätta upp flera ekvationer och lösa ekvationssystem. T.ex. för det första problemet med kottdjuren skulle ett sådant ekvationssystem se ut så här:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

I de tidiga åren (också senare) kan problemet lösas med hjälp av stickor och klossar, genom att rita eller även ute i skogen genom att samla kottar och stickor och sedan bygga dessa kottdjur och matematiskt berätta om djuren ("Jag hade fyra kottar och tio stickor. Varje ko behöver fyra ben och varje höna två ben. Först satte jag... sedan... Då räckte stickorna till en ko och tre hönor."). Uppmuntra barnen att pröva och diskutera!

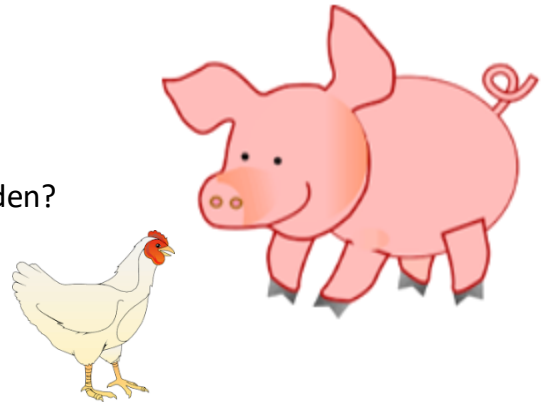
#### 4. GRISAR OCH HÖNOR

Bonden Olson har grisar och hönor på sin gård.

Totalt har bonden 24 djur.

Tillsammans har djuren 70 ben.

Hur många grisar och hur många hönor har bonden?



#### **Till läraren**

*Detta problem påminner om problemet med kottdjuren. Problemet går bra att differentiera genom att öka eller minska antalet djur och ben och genom att låta eleverna använda och lösa uppgiften med olika uttrycksformer (konkreta modeller, bilder/illustrationer, symboler, tabeller och verbalt språk). Djurarterna kan även bytas ut på basen av elevernas intressen eller om ni har något särskilt tema i klassen (t.ex. skogens djur: älgar och ugglor).*

## 5. ANTALET HJUL\*

Utanför dagis brukar det stå trehjulingar och tvåhjulingar.

Hur många trehjulingar och tvåhjulingar fanns det om man en dag kunde räkna till

- a) 8 hjul?
- b) 12 hjul?
- c) 19 hjul?
- d) Hitta på ett liknande problem. Lös problemet.



(\* ) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

### **Till läraren**

*Detta problem påminner om problemet med djuren (Kottdjuren och Grisar och hönor). Problemet går bra att differentiera genom att öka eller minska antalet fordon och hjul och genom att låta eleverna använda och lösa uppgiften med olika uttrycksformer (konkreta modeller, bilder/illustrationer, symboler, tabeller och verbalt språk).*

## 6. NÖTTER\*

Ekorrarna Piff och Puff har samlat nötter. Piff har samlat 3 nötter fler än Puff. Hur många nötter har Puff samlat om de tillsammans har

- a) 5 nötter?
- b) 9 nötter?
- c) 27 nötter?
- d) Hitta på ett liknande problem. Lös problemet.



(\* ) Problemet är anpassat från uppgift i Skolverkets problembank (2014)

### **Till läraren**

*Följande problem ger förförståelse för modellering som leder till följande typ av ekvationer:  $x + (x + a) = b$ . Barn kan också lösa problemet med hjälp av teckningar, konkret material och/eller tabeller. De kan till exempel lösa det på följande sätt: De utgår från det totala antalet och tar bort skillnaden och sedan delar den återstående delen med två. Då får de veta hur mycket Puff har och sedan kan de addera skillnaden för att få antalet Piffs nötter.*

*På Vetamix finns ett liknande problem med en trevlig video där eleverna presenterar ett problem samt ger ledtrådar och lösningsförslag. Till videon finns även ett arbetsblad. Matematik - Vetamix: Problemlösning – dela pengar: <https://arenan.yle.fi/1-3073454>*